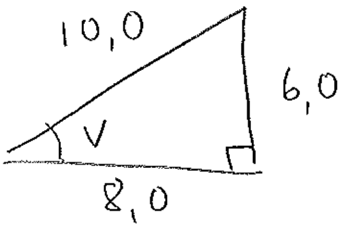
Lösningar till tenta i LNC022/SJM001

22/12 2016 Elin Götmark

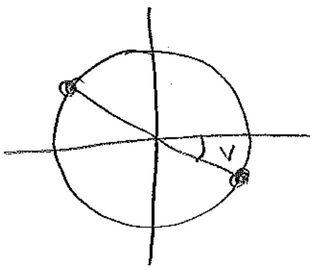
1. a.



Den minsta vinkeln v står mot den minsta sidan 6,0. Då har vi

$$\tan(v) = \frac{6}{8} \iff v = \tan^{-1}\left(\frac{6}{8}\right) = 36,8698\ldots^\circ \approx \underline{\underline{37^\circ}}$$

b)

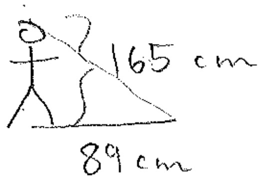


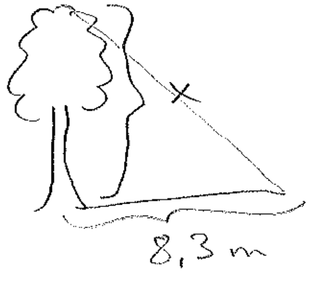
$$v = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -30^\circ$$

Detta ligger inte mellan 0° och 360°, så vår lösning blir $360^\circ - 30^\circ = \underline{\underline{330^\circ}}$. Det finns också en annan lösning: $330^\circ - 180^\circ = \underline{\underline{150^\circ}}$

Svar: 330° och 150°.

c)





Likformighet ger att

$$\frac{165}{89} = \frac{x}{8,3} \iff x = \frac{8,3 \cdot 165}{89} = 15,387\ldots \approx \underline{\underline{15\text{ m}}}$$

(2) a. $\vec{v} - 2\vec{u} = (3,1) - 2\cdot(1,-2) = (3,1) - (2,-4) =$
$= (1,5)$.

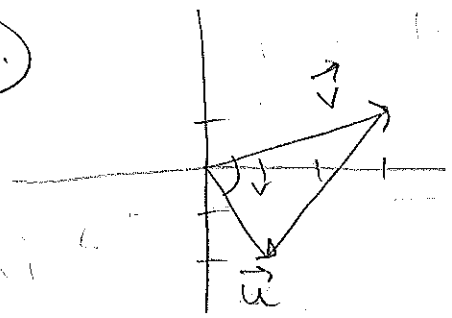
$|\vec{v} - 2\vec{u}| = |(1,5)| = \sqrt{1^2 + 5^2} = \underline{\underline{\sqrt{26}}}$

b. Om θ är vinkeln mellan $\vec{u}$ och $\vec{v}$, så gäller $\cos\theta = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} = \frac{(1,-2)\cdot(3,1)}{\sqrt{1^2+2^2}\cdot\sqrt{3^2+1^2}} =$

$= \frac{3-2}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{5\sqrt{2}}$

$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5\sqrt{2}}\right) = 81,869\ldots$ Svar: $\underline{\underline{\cos^{-1}\left(\frac{1}{5\sqrt{2}}\right)}}$.

c.



I förra uppgiften räknade vi ut $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$ och v.
Areasatsen säger nu att

$$\text{arean} = \frac{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\sin(v)}{2}.$$

Vi vill ha ett exakt värde på $\sin(v)$.

Enligt trigonometriska ettan är
$\cos^2(v) + \sin^2(v) = 1$. Vi ser i bilden att $0 \le v \le 180°$, så $\sin(v)$ är positivt:

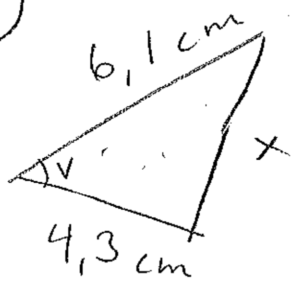
$\sin(v) = \sqrt{1 - \cos^2(v)} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{5\sqrt{2}}\right)^2} =$

$= \sqrt{1 - \frac{1}{25\cdot 2}} = \sqrt{\frac{50}{50} - \frac{1}{50}} = \sqrt{\frac{49}{50}} =$

$= \frac{7}{5\sqrt{2}}$. Så arean $= \frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}\cdot\frac{7}{5\cdot\sqrt{2}}}{2} =$

$= \frac{\cancel{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}}\cdot\frac{7}{\cancel{5\sqrt{2}}}}{2} = \underline{\underline{\frac{7}{2}}}$

3.



Areasatsen ger

$$12 = \frac{6{,}1 \cdot 4{,}3 \cdot \sin(v)}{2},$$

så $\sin(v) = \dfrac{24}{6{,}1 \cdot 4{,}3}$ och

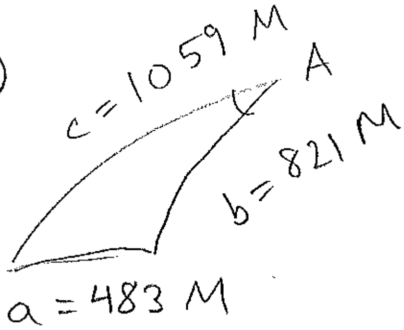
$v_1 = 66{,}2032...^\circ$ eller

$v_2 = 180^\circ - v_1 = 113{,}7967...^\circ$ Cosinussatsen ger

$x^2 = 6{,}1^2 + 4{,}3^2 - 2 \cdot 6{,}1 \cdot 4{,}3 \cdot \cos(v)$ och för v_1 och v_2 ger detta $x_1 = 5{,}876... \approx \underline{\underline{5{,}9 \text{ cm}}}$ eller

$x_2 = 8{,}767... \approx \underline{\underline{8{,}8 \text{ cm}}}$

4)



A måste vara den minsta vinkeln eftersom den står mot den minsta sidan.

Vi omvandlar a, b, c till vinklar genom att dela med 60.

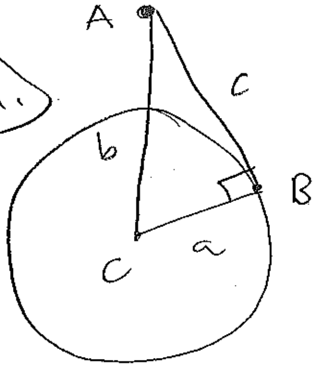
Cosinussatsen ger: $\cos(A) = \dfrac{\cos(a) - \cos(b)\cos(c)}{\sin(b)\sin(c)} =$

$$= \frac{\cos\left(\frac{483}{60}^\circ\right) - \cos\left(\frac{821}{60}^\circ\right)\cos\left(\frac{1059}{60}^\circ\right)}{\sin\left(\frac{821}{60}^\circ\right)\sin\left(\frac{1059}{60}^\circ\right)} = 0{,}89601...$$

$\Rightarrow A = \cos^{-1}(0{,}89601...) = 26{,}36...$

Svar: $A = \underline{\underline{26{,}4^\circ}}$

5.) a.)



A = satelliten

B = du

$b = 6371 + 21500$ $\quad a = 6371$

Vi söker c.

Pythagoras sats ger: $b^2 = a^2 + c^2$

$$c = \sqrt{(6371 + 21500)^2 - 6371^2} \approx \underline{\underline{27100 \text{ km}}}$$

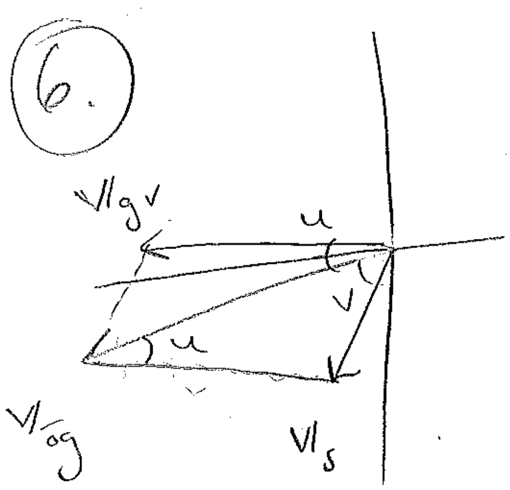
b.) Vinkeln mellan min position och nordpolen ges av C ovan.

$$C = \cos^{-1}\left(\frac{a}{c}\right) = 76,785\ldots$$

Latituden ges då av $90^\circ - C = 13,214\ldots$

$$\approx \underline{\underline{13,2^\circ}}$$

6.



Vi har $v = 265^\circ - 194^\circ = 71^\circ$.

Nu ger cosinussatsen $|V_{gv}|$:

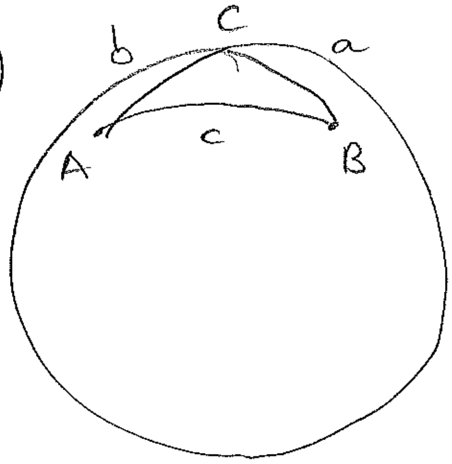
$$|V_{gv}|^2 = 10,3^2 + 3,3^2 - 2 \cdot 10,3 \cdot 3,3 \cdot \cos(71^\circ)$$

$$|V_{gv}| = 9,7389\ldots$$

Sinussatsen ger nu $\dfrac{\sin(u)}{3,3} = \dfrac{\sin(71^\circ)}{|V_{gv}|}$

$u = 18,686\ldots$ Så kursen genom vatten blir $265^\circ + 18,686\ldots^\circ \approx \underline{\underline{284^\circ}}$ och farten genom vattnet $\underline{\underline{9,7 \text{ knop}}}$

7.



a) Vi söker c.

$$b = 90^\circ - \left(64 + \frac{8}{60}\right)^\circ = \left(25 + \frac{13}{15}\right)^\circ$$

$$a = 90^\circ - \left(56 + \frac{1}{60}\right)^\circ = \left(33 + \frac{59}{60}\right)^\circ$$

$$C = \left(21 + \frac{56}{60}\right)^\circ + \left(93 + \frac{4}{60}\right)^\circ = 115^\circ$$

Cosinussatsen ger nu

$$\cos(c) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)\cos(C)$$

$$c = 49,979\ldots^\circ = \frac{49,979\ldots}{60} M \approx \underline{\underline{2999\ M}}$$

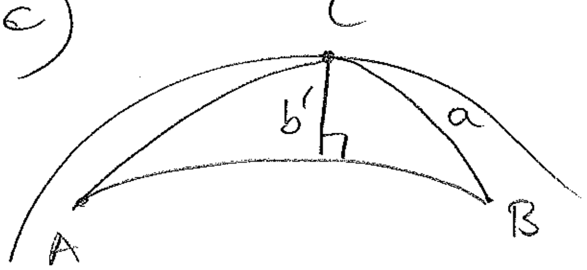
b) Kursen vi söker är $360^\circ - B - 180^\circ$

Sinussatsen ger $\frac{\sin(B)}{\sin(b)} = \frac{\sin(C)}{\sin(c)}$

$B = 31,085\ldots \qquad 360^\circ - B - 180^\circ = 148,914\ldots^\circ$

$\approx \underline{\underline{148,9^\circ}}$

c)



Vi söker b'.

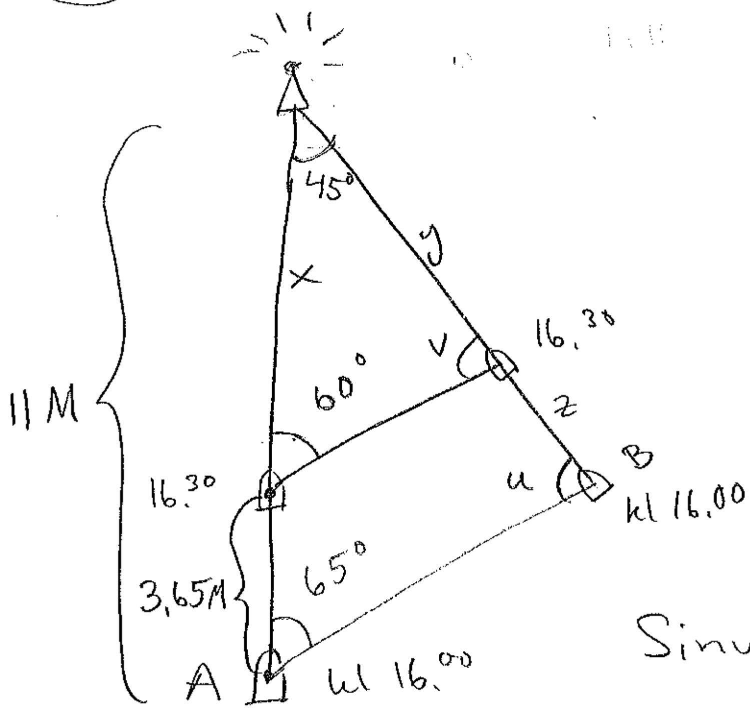
Sinussatsen ger

$$\frac{\sin(b')}{\sin(B)} = \frac{\sin(a)}{\sin(90^\circ)}$$

$b' = 16,7739\ldots^\circ = 16,7739\ldots \cdot 60\ M \approx$

$\underline{\underline{1006\ M}}$

8.



Vi söker z.

Vi ser att $x = 11 - 3{,}65 =$
$= 7{,}35$ M, och att
$v = 180° - 60° - 45° =$
$= 75°$.

Sinussatsen ger nu

$$\frac{y}{\sin(60°)} = \frac{7{,}35}{\sin(75°)} \Rightarrow y = 6{,}589\ldots \text{ M}$$

Sinussatsen i den stora triangeln ger nu

$$\frac{y+z}{\sin(65°)} = \frac{11}{\sin(u)}.$$

Vi ser att $u =$
$= 180° - 45° - 65° = 70°$,

så $y + z = \dfrac{\sin(65°)\cdot 11}{\sin(70°)} = 10{,}609\ldots$ M

och $z = 10{,}609\ldots - y = 4{,}019\ldots$ M

Denna sträcka åker fartyg B på en halvtimme, alltså är B:s fart

$2 \cdot 4{,}019\ldots = 8{,}0387\ldots \approx$ <u>8,0 knop</u>