Tentamen i Nautisk matematik, SJM001 och LNC022

2016-08-18 kl 08.30-12.30.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan av tesen).
För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.
Bonuspoäng från hösten 2016 räknas in i resultatet. Redovisa din lösning på alla uppgifter.
Examinator: Elin Götmark, 0706787423.

---

1. (a) I en rätvinklig triangel är hypotenusan 5,0 cm lång och en av vinklarna är 19°. Beräkna triangelns kortaste sida. (2p)

   (b) I en rätvinklig triangel är den längsta kateten 3,0 cm lång. Hypotenusan är dubbelt så lång som den kortaste kateten. Bestäm triangelns sidor. (2p)

   (c) Vilka möjliga värden (mellan 0 och 360°) har $\cos(v)$, om $\sin(v) = -1/2$? (2p)

   (d) Rita upp grafen till funktionen $\cos(\frac{x}{2} - \pi)$, där vinkelenheten är radianer. (2p)

2. Låt $\vec{u} = (1, -2, -1)$, $\vec{w} = (2, 5, -1)$ och $\vec{v} = (3, 1, 1)$.

   (a) Två av dessa är vinkelräta mot varandra. Visa vilka det är med en beräkning (figur räcker inte). (2p)

   (b) Beräkna vinkeln mellan två av vektorerna (vilka du vill) som inte är vinkelräta. (2p)

   (c) Beräkna längden av den vektor som går från spetsen av vektorn $\vec{u}$ till spetsen av vektorn $\vec{v}$. (3p)

3. En plan triangel har sidorna 7,0 cm, 10,0 cm och 12,0 cm. Beräkna triangelns area. (5p)

4. I en sfärisk triangel är vinkeln A rät, dess motstående sida är $45°$ och en annan sida är $38°$. Beräkna den sista sidan i triangeln. (3p)

5. Du står själv vid havsnivå och ser en bergstopp långt borta. Du vill veta hur långt bort den ligger, och drar upp en baslinje som är 150 meter lång. I ena änden mäter du att vinkeln mellan berget och linjen är 88,7°, och i andra änden är den 89,1°.

   (a) Hur långt bort är berget? (3p)

   (b) Hur högt måste berget minst vara för att du ska kunna se det på det avståndet? Antag att jordens radie är 6371 km. (3p)

6. Ett fartyg har farten 15,3 knop och kursen $166°$ genom vattnet, och strömmen har farten 3,4 knop och kursen $315°$. Beräkna hastigheten över grund. (5p)

7. Du utgår från södra udden på Hawai'i (18° 53' N, 155° 41' W) och vill segla till Isla Socorro (18° 53' N, 110° 58' W) utanför Mexiko.

   (a) Hur långt är det om du åker längs storcirkeln? (4p)

   (b) Vad är din utgångskurs? (3p)

   (c) Hur långt hade det varit om du istället hade åkt längs parallellcirkeln med konstant latitud? (3p)

Var god vänd!

8. Från fartyg A ser vi ett annat fartyg B på 12 sjömils avstånd och i bäring 62° (mätt från norr). A har konstant fart och rör sig dubbelt så fort som B. B har kursen 210°. Vilken kurs ska A hålla för att möta upp med B, och hur långt har A då rört sig? Du kan räkna med plan trigonometri och inga strömmar. (6p)

Formler

Plan trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2} ab \sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\boldsymbol{v} = (x, y), \quad |\boldsymbol{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \text{(i 2 dimensioner)}$$

$$\boldsymbol{v} = (x, y, z), \quad |\boldsymbol{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \text{(i 3 dimensioner)}$$

Skalärprodukt:

$$\boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}| \cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1 x_2 + y_1 y_2 \qquad \text{(i 2 dimensioner)}$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 \qquad \text{(i 3 dimensioner)}$$

Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^\circ: \quad \cos c = \cos a \cos b \quad \text{(Pythagoras sats)}$$