

# Tentamen i Nautisk matematik och fysik, SJM002

2017-12-21 kl 08.30-12.30.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan av tesen).

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Bonuspoäng från hösten 2017 räknas in i resultatet. Redovisa din lösning tydligt på alla uppgifter.

Examinator: Elin Götmark, 0706787423.

- 
1. (a) Lös ekvationen  $\cos(v) = -0,261$  för  $v$  mellan  $0^\circ$  och  $260^\circ$  och illustrera lösningen i enhetscirkeln. (2p)
  - (b) Rita upp grafen till funktionen  $2 \sin(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{2})$ . Vinkelenheten ska vara radianer. (2p)
  - (c) Du har ett klot med radien 1 meter. Om du vill ha ett klot med dubbelt så stor volym, vad blir radien då? Lös uppgiften utan att använda formeln för volymen av ett klot. (2p)
  
  2. Låt  $A = (1, 0, -3)$  och  $B = (-1, 2, 4)$  vara två punkter i rummet.
    - (a) Beräkna  $|\overrightarrow{AB}|$ . Ge ett exakt svar. (2p)
    - (b) Vad är det för vinkel mellan  $\overrightarrow{OA}$  (dvs vektorn som går från origo till A) och den positiva delen av x-axeln? Vad är vinkeln mellan  $\overrightarrow{OA}$  och den positiva delen av y-axeln? (3p)
    - (c) En kropp med massa 2 kg påverkas av krafterna  $(2, 2, -1)$  och  $(-3, 0, 5)$  (och inga andra). Vad är kroppens acceleration  $a$ ? (2p)
    - (d) En kropp med massan 1,0 ton har en konstant hastighet i en viss riktning med 10 knop. Om kroppen accelererar tills den har hastigheten 15 knop i samma riktning, hur mycket energi går åt? (Vi gör det förenklande antagandet att inga andra krafter verkar på kroppen.) (3p)
  
  3. Du färdas mot ett resmål med konstant hastighet. Kl 8.00 har du 207 sjömil kvar och kl 11.00 har du 159 sjömil kvar. Rita upp ett koordinatsystem med tiden på x-axeln och sträckan vi har kvar på y-axeln, och rita ut den rätta linjen som går genom punkterna ovan. Vad är linjens ekvation? När är vi framme vid vår destination? (5p)
  
  4. En triangels area är  $10,7 \text{ cm}^2$ , en av sidorna är 4,3 cm och en av de intilliggande vinklarna är  $77^\circ$ . Hur långa är de andra sidorna? (5p)
  
  5. Din fart genom vattnet är 11,3 knop och kursen genom vattnet är  $197^\circ$ . Men efter en timme har du rört dig 13,9 sjömil i bäring  $221^\circ$  från din ursprungliga position. Vad måste strömmens hastighet vara? (5p)
  
  6. En geostationär satellit befinner sig 35 790 km ovanför ekvatorn. Hur långt är det mellan satelliten och jordhorisonten så som den syns från satelliten? Du kan räkna med att jordens radie är 6371 km. (4p)
  
  7. Du åker från Colombo på Sri Lanka ( $6^\circ 56' \text{ N}$ ,  $79^\circ 51' \text{ E}$ ) till Port Louis på Mauritius ( $20^\circ 10' \text{ S}$ ,  $57^\circ 30' \text{ E}$ ).
    - (a) Hur långt är det om vi åker längs storcirkeln? (4p)
    - (b) Vad är longituden när du korsar ekvatorn? (6p)

**Var god vänd!**

8. Du är på Mars och väljer en dag när solen mitt på dagen står rakt ovanför dig när du är på ekvatorn. På en punkt som du tidigare har uppmätt till 52 km rakt norr om den första längs planetens yta, mäter du upp att solen vid samma tidpunkt står  $89^\circ 7,2'$  över horisonten. Vad är planetens omkrets? Illustrera också dina räkningar med en bild. (5p)

## Formler

### Plan trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}ab \sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

### Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\mathbf{v} = (x, y), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$\mathbf{v} = (x, y, z), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

Skalärprodukt:

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2 \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

### Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^\circ : \quad \cos c = \cos a \cos b \quad (\text{Pythagoras sats})$$