

Tentamen i Nautisk matematik och fysik, SJM002

2018-08-24 kl 08.30-12.30.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan av tesen).

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Redovisa din lösning tydligt på alla uppgifter. Examinator: Elin Götmark, 0706787423.

- I en rätvinklig triangel är den kortaste sidan 2,0 cm och den näst största vinkeln är 67° . Beräkna längden på hypotenusan. (2p)
 - Om $v = 330^\circ$, vad är $\sin(v)$ och $\cos(v)$? Svaren ska anges exakt (inte som avrundade decimaltal). (2p)
 - Rita upp grafen till funktionen $\cos(2x - \pi)$. (2p)
- Ange en vektor som är vinkelrät mot vektorn $(3, 1, -2)$. (2p)
 - Låt $A = (2, 1)$, $B = (-1, 1)$ och $C = (3, 0)$. Beräkna vinkeln mellan vektorerna \vec{AB} och \vec{AC} . (3p)
 - En boll som väger 1,2 kg kastas rakt upp i luften från marknivå med hastigheten 2,8 m/s. Hur högt upp kommer bollen som högst? Du kan strunta i luftmotståndet, men du kan behöva konstanten $g \approx 9.82$. (3p)
 - Ett fartyg som väger 5 ton har en fart på 10 knop. Om du vill att fartyget ska bromsa in så att det står stilla efter en halvtimme, hur stor kraft måste du tillämpa då? Du kan strunta i vattenmotståndet (inte helt realistiskt, men då får vi alla fall en övre gräns för kraften). (3p)
- Ett fartyg har fullt i sin tank kl 00.00 dag 1. Antag att bränslet går åt i en konstant fart. Kl 14.00 dag 3 har fartyget kvar 62% av sitt bränsle. Vid vilken tid är det 50 % kvar? (4p)
- Du är på en ö och ser på ett fartyg till havs. Kl 12.00 observerar du fartyget i bäring 260° och kl 12.20 ser du det i bäring 342° . Om fartygets fart är 9,0 knop och dess kurs 35° , hur långt bort är fartyget vid första tillfället? Du kan räkna som om jorden vore platt. (5p)
- Vi har ett isolerat berg vars topp är 3000 m över havsnivån. Du är på en annan topp som är 2000 meter hög, och kan precis se det andra bergets topp vid horisonten. (Vi gör det förenklande antagandet att horisonten är vid havsytans nivå.) Jordens radie är 6371 km.
 - Hur långt bort är du från den andra bergstoppen? (4p)
 - Hur stor är vinkeln vid jordens centrum mellan dig och den andra bergstoppen? (3p)
- Din kurs är 81° och din fart 7,0 knop. Du upplever att vinden kommer rakt från sydväst med 10 m/s. Vad är vindens fart och riktning för någon som sitter stilla (dvs har hastigheten noll över grund)? (5p)
- Du färdas 100 sjömil längs parallellcirkeln vid 35° . Vad är longitudskillnaden? (2p)
 - Mars har en radie på 3390 km. Beräkna hur lång motsvarigheten till en sjömil skulle vara på Mars, om vi använder samma enhet för vinklar som på Jorden. (3p)

Var god vänd!

8. Göteborg ligger på $57^\circ 40'$ N, $011^\circ 59'$ E. Om vi tänker oss en rät linje i riktningen 115° som börjar i Göteborg, går under jordytan och sedan kommer upp igen efter 150 km, vilken latitud och longitud har vi hamnat på när vi kommer upp? Jordens radie är 6371 km. (5p)

Formler

Plan trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}ab \sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\mathbf{v} = (x, y), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$\mathbf{v} = (x, y, z), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

Skalärprodukt:

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2 \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^\circ : \quad \cos c = \cos a \cos b \quad (\text{Pythagoras sats})$$