Tentamen i Nautisk matematik, LNC022

2015 06 01 kl 8.30–12.30.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan).
Telefon: Lennart Falk, telefon 772 3564.
För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.
Bonuspoäng från våren 2015 ingår.
Lösningar eller svar samt besked om granskning hittas kurshemsidan:
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/lnc022/1415/
Skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper. Examinator: Lennart Falk.

---

1. (a) $\sin v = 0,69$, v är en trubbig vinkel. Beräkna $\cos v$ och $\tan v$ (2 decimaler). (2p)
   (b) Om två sidor i en rätvinklig triangel är 15 cm och 27 cm, vilken eller vilka längder kan då den tredje sidan ha? (2p)
   (c) Med hur många procent ska sidlängden i en kub ökasas för att kubens volym ska ökas med 40%? (2p)
   (d) Skriv upp en sinusfunktion med amplituden 4 och perioden 6π. (2p)

2. Följande vektorer är givna i koordinater i en ON-bas: $\vec{u} = (2, 1, 3)$, $\vec{v} = (4, -1, -5)$. (6p)
   (a) Beräkna *längden* av vektorn $4\vec{u} - 3\vec{v}$.
   (b) Beräkna *vinkeln* mellan $\vec{u}$ och $\vec{v}$.
   (c) Ge exempel på en vektor som är vinkelrät mot $\vec{u}$ och en som är vinkelrät mot $\vec{v}$.

3. Från en punkt 50 m över havsytan kan man med fri sikt nätt och jämnt se toppen på en 200 m hög ö. Hur långt är det till ön? Jordens omkrets kan sättas till 40000 km. Vi bortser från ljusbrytning som kan ”hjälpa till”. (6p)

4. Man vill veta höjden på en mast belägen på andra sidan av en flod som inte kan passeras. Därför mäter man upp en baslinje $AB = 50$ m och några vinklar därifrån mot masten. Om mastens bas är punkten C och dess topp D, så är vinkeln BAC 85°, vinkeln ABC är 71° och slutligen vinkeln CAD är 39°. Beräkna ur dessa uppgifter mastens höjd. Vi förutsätter att marken är helt plan och på samma nivå på flodens båda sidor och att masten är lodrät. (6p)

5. I en triangel är en vinkel $A = 28°$, dess motstående sida är $a = 15$ cm. Triangelns *längsta* sida är $b = 29$ cm. Beräkna triangelns area. (6p)

6. Ett fartyg har farten 12,0 knop och kursen 355,0° genom vatten. I området finns en ström med farten 2,0 knop och kursen 122,5°. Beräkna fart och kurs över grund (svara i knop respektive grader med en decimal). (6p)

7. En seglats utgående från isländska Seyðisfjörður (65°09′N, 12°05′W) följer storcirkeln med utseglingskurs 90°. (6p)
   (a) Beräkna koordinaterna för den punkt B nära norska kusten där man befinner sig efter 500 M seglats.
   (b) Beräkna den kurs man håller då man passerar punkten B.

8. Sveriges nordligaste punkt är Treriksröset (69°03′36″N, 20°32′55″E), den sydligaste punkten är Smygehuk (55°20′18″N, 13°21′37″E). (6p)
   (a) Om avståndet längs storcirkeln mellan dessa orter är d_1 och avståndet längs en rät linje (under jordytan) mellan orterna är d_2, beräkna differensen $d_1 - d_2$. Storcirkeln beräknas längs havsnivån (längs markytan blir det en aning längre).
   (b) Hur djupt under jordytan går den räta linjen som beskrivs i (a) på mitten av sträckan? Här tänker vi oss också Treriksrösets koordinater på havets nivå.

Formler

Plan trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}ab\sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\boldsymbol{v} = (x, y), \quad |\boldsymbol{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \text{(i 2 dimensioner)}$$

$$\boldsymbol{v} = (x, y, z), \quad |\boldsymbol{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \text{(i 3 dimensioner)}$$

Skalärprodukt:

$$\boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2 \qquad \text{(i 2 dimensioner)}$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \qquad \text{(i 3 dimensioner)}$$

Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^\circ: \quad \cos c = \cos a \cos b \quad \text{(Pythagoras sats)}$$