Tentamen i Nautisk matematik, LNC022

2015 08 24 kl 14.00–18.00.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan).
Telefon: Lennart Falk, telefon 772 3564.
För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.
Bonuspoäng från våren 2015 ingår.
Lösningar eller svar samt besked om granskning hittas kurshemsidan:
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/lnc022/1415/
Skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper. Examinator: Lennart Falk.

---

1. (a) Bestäm v om $\sin v = 0,557$ och v är en vinkel i en triangel. (2p)

   (b) En väg lutar jämnt så att höjden ändras 12 m per 100 m av vägsträckan. Beräkna lutningsvinkeln (dvs mellan vägbanan och horisontalplanet). (2p)

   (c) Rita en period av grafen till funktionen $y = 2\sin\frac{x}{3}$. Vinkelenheten är radianer. Sätt ut skalor på axlarna. (2p)

2. Två flygplan möts på nära håll med hastigheterna $\boldsymbol{u} = (320, -170, 15)$ och $\boldsymbol{v} = (148, 490, -12)$, givna som vektorer med koordinater i en ON-bas, enhet km/h.

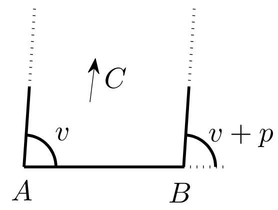
   (a) Vilka är de båda planens farter? (2p)

   (b) Beräkna vinkeln mellan de båda planens rörelseriktningar. (2p)

   (c) Vilken är de relativa farten, dvs hur fort avlägsnar planen sig från varandra efter mötet? (2p)

3. En triangel har sidorna 5 cm, 8 cm och 9 cm. Beräkna triangelns vinklar, dess area och höjden mot den längsta sidan. (6p)

4. Man vill mäta avståndet till stjärnan Sirius och mäter därför med stor noggrannhet riktningen mot Sirius med ett halvårs mellanrum. På den tiden har jorden rört sig runt solen från A till B, en sträcka på 299 miljoner km. Sirius läge C utgör det tredje hörnet i den mycket utdragna triangeln ABC. Det visar sig att den uppmätta vinkeln vid A är $v = 86,19°$, medan den i B har ökat med $p = 2,1068 \cdot 10^{-4}$ grader. Vi antar att stjärnans läge är detsamma vid båda tillfällena (vilket inte är sant, men detta spelar mycket liten roll). Vi har alltså en triangel ABC och vi kan med hjälp av trigonometri beräkna avståndet till stjärnan, vilket vi kan anse är triangelsidan BC (eller AC). Hur långt är det till Sirius? (6p)



5. Ett fartyg har kursen $130°$ genom vattnet. Strömmen har farten 2,5 knop och kursen $250°$. Om man vill hålla kursen $150°$ över grund, vad är då farten genom vatten och farten över grund? (6p)

6. Från en plats 25 m över havsytan ser man moln ute vid horisonten. Hur högt måste ett flygplan flyga för att synas på 70 km avstånd? Vi bortser från atmosfärisk ljusbrytning. Jordradien kan sättas till 6367 km. (6p)

7. En storcirkelseglats startar i punkten A med koordinaterna $N30°$, $W70°$ med utseglingskursen $65°$. (8p)

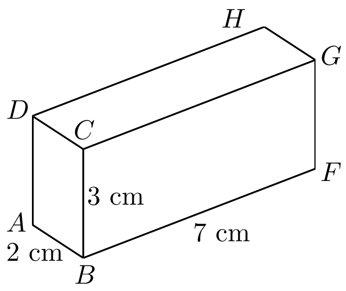
   (a) Beräkna koordinaterna för punkten B som nås efter 2000 M.

   (b) Beräkna inseglingskursen i B.

   (c) I B tar man ut en ny kurs $140°$ och följer storcirkeln 500 M till punkten D. Från denna punkt vill man återvända längs storcirkeln till A. Hur långt är det från D till A och vilken är utseglingskursen? (Koordinaterna för D behövs inte.)

Var god vänd! Uppgift 8 står på baksidan.

8. Figuren visar ett rätblock (räta vinklar mellan kanterna) med sidorna 7 cm, 3 cm och 2 cm. (6p)



(a) Beräkna vinkeln mellan rymddiagonalerna BH och DF.

(b) Beräkna arean av triangeln med hörnen B, D och G.

Formler

Plan trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2} ab \sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\boldsymbol{v} = (x, y), \quad |\boldsymbol{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \text{(i 2 dimensioner)}$$

$$\boldsymbol{v} = (x, y, z), \quad |\boldsymbol{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \text{(i 3 dimensioner)}$$

Skalärprodukt:

$$\boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}| \cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1 x_2 + y_1 y_2 \qquad \text{(i 2 dimensioner)}$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 \qquad \text{(i 3 dimensioner)}$$

Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^\circ : \quad \cos c = \cos a \cos b \quad \text{(Pythagoras sats)}$$