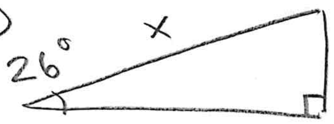
Lösningar tenta SJM002

Elin Götmark 2019-08-23

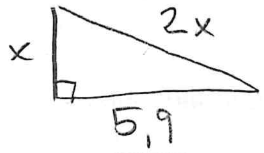
1. a.



$$\frac{8{,}1}{x} = \sin(26°)$$

$$x = \frac{8{,}1}{\sin(26°)} = 18{,}477\ldots \approx \underline{\underline{18 \text{ cm}}}$$

b.



Pythagoras sats ger: $5{,}9^2 + x^2 = (2x)^2$

$5{,}9^2 = 4x^2 - x^2 = 3x^2$

$x = \sqrt{\frac{5{,}9^2}{3}} = 3{,}4061\ldots \approx \underline{\underline{3{,}4}}$ cm och $2x \approx \underline{\underline{6{,}8}}$ cm

c. Om volymen ska minska med 50% är volymskalan $V = 0{,}50$ $V = L^3$, så $L^3 = 0{,}5$

och $L = \sqrt[3]{0{,}5} = 0{,}7937\ldots \approx 0{,}79$

Sidorna ska alltså vara 79% av vad de var, dvs de ska minska med $\underline{\underline{21\%}}$.

d. Funktionen ska vara $A\sin(Bx + C)$ i allmänhet

$A = 2$ för att höjden ska bli 2. $B = 1$ för att perioden ska vara 2π. Vad ska C vara?

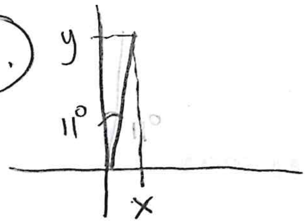
$2\sin(x) = 2$ när $x = \frac{\pi}{2}$, så funktionen ska förskjutas med $\frac{\pi}{2}$ åt vänster, så $C = \frac{\pi}{2}$.

Svar: $\underline{\underline{2\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}}$.

2. a. $\overrightarrow{AB} = (2,3) - (-4,1) = (6,2)$.

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \underline{\underline{\sqrt{40}}} = 6{,}324\ldots$ längdenheter.

(b.)



$\frac{x}{7{,}3} = \sin(11^\circ)$ $\quad x = 7{,}3 \sin(11^\circ) = 1{,}392... \approx 1{,}4$ cm

$\frac{y}{7{,}3} = \cos(11^\circ)$ $\quad y = 7{,}3\cos(11^\circ) = 7{,}1658... \approx 7{,}2$ cm

(3.) (a.) Fartygets rörelseenergi är $\frac{mv^2}{2}$.

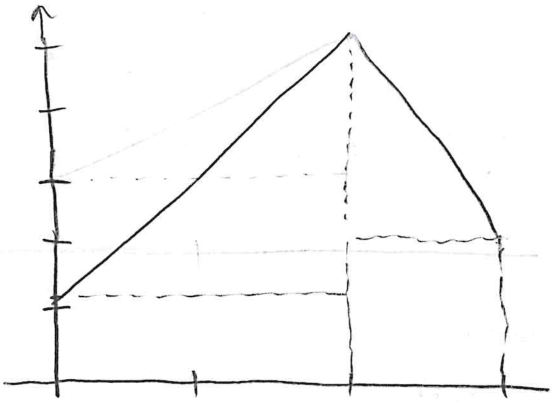
$v = 12$ knop $= 12 \frac{\text{sjömil}}{\text{timme}} = 12 \frac{1852 \text{ m}}{60 \cdot 60 \text{ s}} = \frac{463}{75}$ m/s

Rörelseenergin är densamma som det arbete som krävs för att stoppa fartyget, som är $F \cdot s$.

Så $\frac{mv^2}{2} = F \cdot s$ $\quad F = \frac{mv^2}{2s} = \frac{4500\left(\frac{463}{75}\right)^2}{2 \cdot 550} =$

$= 155{,}90... \approx 160$ N.

(b.) Under de 20 sekunderna ökar farten från 11 m/s till $11 + 20 \cdot 2 = 51$ m/s. Sedan minskar farten under tio sekunder från 51 m/s till $51 - 10 \cdot 3 = 21$ m/s. Sträckan ges av arean under grafen:



$11 \cdot 20 + \frac{40 \cdot 20}{2} + 21 \cdot 10 + \frac{30 \cdot 10}{2} =$

$= 980$ m ≈ 1 km

(4.) (a.) Mellan $8.^{20}$ och $13.^{56}$ är det

40 min + 4 h + 56 min = 5 h 36 min $= \left(5 + \frac{36}{60}\right)$ h

Fartygets hastighet är då $48{,}3 / \left(5 + \frac{36}{60}\right) = 8{,}625$ knop.

Mellan $8.^{20}$ och $23.^{13}$ är det 40 min + 14 h + 13 min =

$= 14 + \frac{53}{60}$ h. Sträckan som tillryggaläggs är då

$8{,}625 \cdot \left(14 + \frac{53}{60}\right) = 128{,}36... \approx 128$ sjömil (b.) $\frac{100}{8,625} = 11,594...\ h = 11 + 0,594... \cdot 60 \approx 11\ h\ 36\ \text{min}$

$8.^{20} + 11.^{36} = \underline{\underline{19.^{56}}}$ ← det klockslag då vi har åkt 100 sjömil.

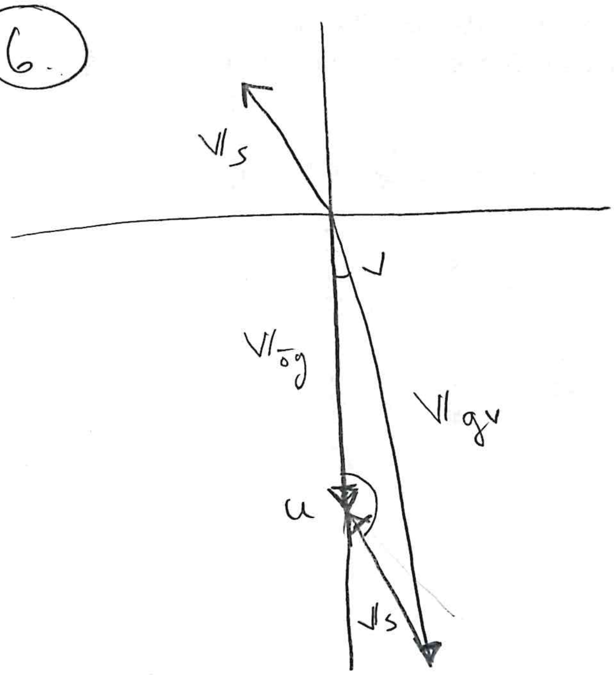
5. $T = \frac{ab\sin(C)}{2}$, där $C = 132°$, $a = 5,9$ cm och $T = 45,6\ \text{cm}^2$ = triangelns area

Så $b = \frac{2T}{a\sin(C)} =$

$= \frac{2 \cdot 45,6}{5,9\sin(132°)} = 20,8002... \approx \underline{\underline{21\ \text{cm}}}$.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(132°)$ $c = 25,133... \approx \underline{\underline{25\ \text{cm}}}$.

6.



$|v_{ög}| = 9,4$ knop

$|v_s| = 3,7$ knop.

$u = 180° - (360° - 331°) = 151°$

$|v_{gv}|^2 = 9,4^2 + 3,7^2 - 2 \cdot 9,4 \cdot 3,7 \cdot \cos(151°)$

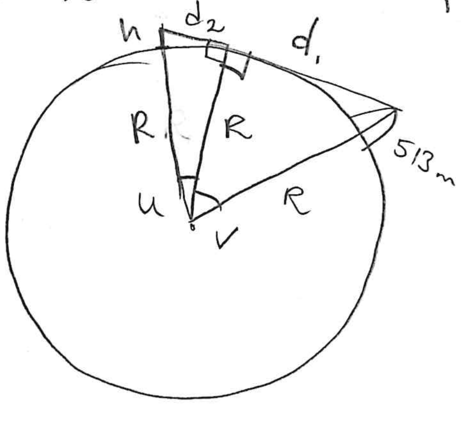
$|v_{gv}| = 12,76... \approx \underline{\underline{13\ \text{knop}}}$

$\frac{\sin(v)}{3,7} = \frac{\sin(151°)}{|v_{gv}|}$

$v = 8,079...$ Kursen genom vattet

är då $180° - v = 171,9... \approx 172°$.

7. a. Vi räknar först ut hur långt bort horisonten är när du står på ön. $R = 6371$ km.



Pythagoras sats ger

$d_1^2 + R^2 = (R + 0,513)^2$

$d_1 = \sqrt{(R + 0,513)^2 - R^2} = 80,85...$ km

Nu vill vi veta hur högt över havet vi måste vara för att horisonten ska vara $d_2 = 100 - 80{,}85\ldots$ km bort, dvs för att $d_1 + d_2 = 100$ km.

$$d_2^2 + R^2 = (R+h)^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{d_2^2 + R^2} - R =$$

$$= 0{,}02877\ldots \text{ km} = 28{,}77\ldots \text{ m}$$

$$\approx \underline{\underline{28{,}8 \text{ m}}}$$

(b.) Vi vill ta reda på $u+v$ för att få avståndet längs jordytan.

$$v = \cos^{-1}\left(\frac{R}{R+0{,}513}\right) = 0{,}727\ldots$$

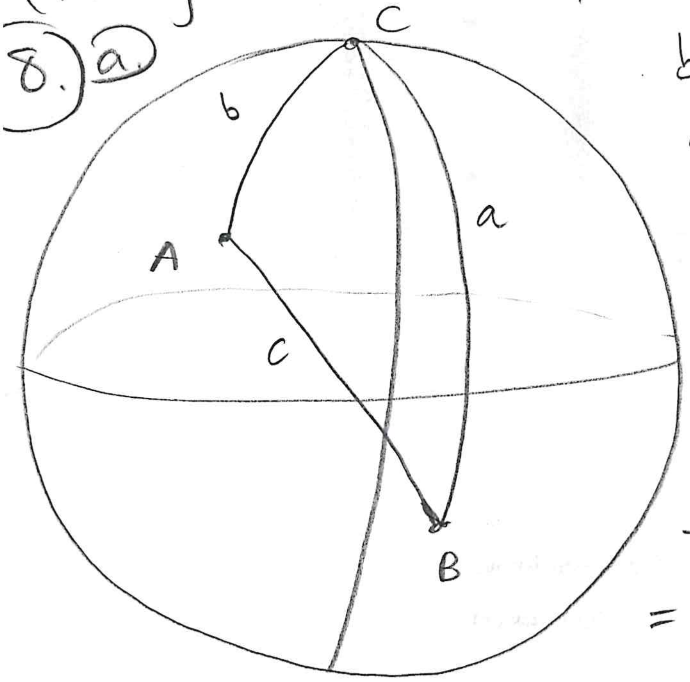
$$u = \cos^{-1}\left(\frac{R}{R+h}\right) = 0{,}1722\ldots$$

$v+u = 0{,}899\ldots^\circ$ Så avståndet längs jordytan

$= 60\cdot(v+u) = 53{,}956\ldots$ sjömil $\approx \underline{\underline{54{,}0 \text{ sjömil}}}$

(För jämförelse: $53{,}956\ldots \cdot 1852 = 99928{,}22\ldots$ m)

8.) (a.)



$$b = 90^\circ - 40^\circ 43' = 49^\circ 17'$$

$$a = 90^\circ + 33^\circ 56' = 123^\circ 56'$$

$$C = 44^\circ 00' + 18^\circ 25' = 62^\circ 25'$$

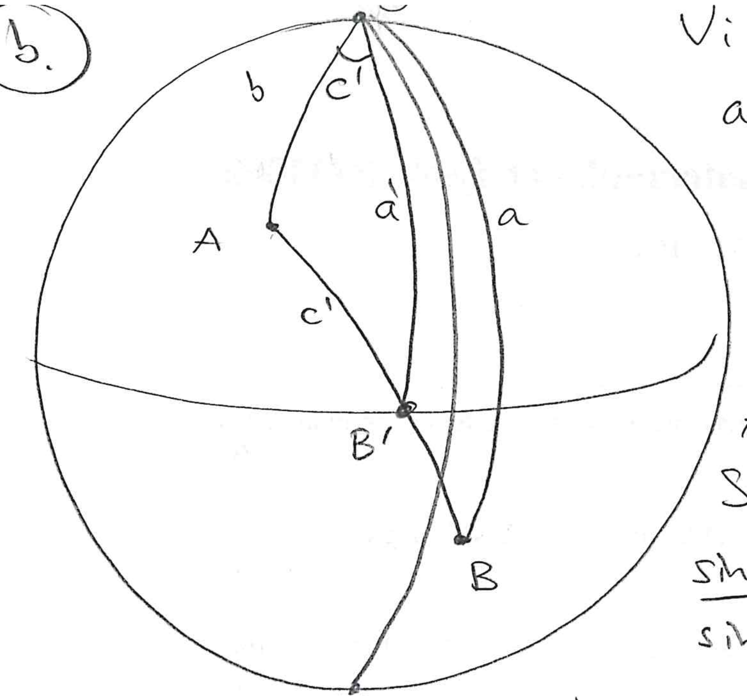
$$\cos(c) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)\cos(C)$$

$$c = \cos^{-1}\left(\cos\left(123 + \frac{56}{60}\right)\cos\left(49 + \frac{17}{60}\right) + \sin\left(123 + \frac{56}{60}\right)\sin\left(49 + \frac{17}{60}\right)\cos\left(62 + \frac{25}{60}\right)\right) =$$

$$= 94{,}1838\ldots^\circ = 94{,}1838\ldots \cdot 60 \text{ sjömil} \approx$$

$$\approx \underline{\underline{5651 \text{ sjömil}}}$$

(b.)



Vi söker C'.

$a' = 90°$. Vi räknar först ut A:

$$\frac{\sin(A)}{\sin(a)} = \frac{\sin(C)}{\sin(c)}$$

$A = 47{,}506\ldots°$

Sedan räknar vi ut B'!

$$\frac{\sin(B')}{\sin(b)} = \frac{\sin(A)}{\sin(a')} \qquad B' = 33{,}977\ldots°$$

$$\cos(c') = \cos(b)\underbrace{\cos(a')}_{=\cos(90°)=0} + \sin(b)\underbrace{\sin(a')}_{=1}\cos(C')$$

Så $\cos(C') = \cos(c')/\sin(b)$. Men först måste vi räkna ut c'!

$$\cos(b) = \underbrace{\cos(a')}_{=0}\cos(c') + \underbrace{\sin(a')}_{=1}\sin(c')\cos(B')$$

Så $\sin(c') = \cos(b)/\cos(B')$ $\quad c' = 51{,}87\ldots°$

Till slut, $C' = \cos^{-1}(\cos(c')/\sin(b)) = 35{,}452\ldots° =$

$= 35° + 0{,}452\ldots \cdot 60' \approx 35°27'$.

Longituden när vi korsar ekvatorn är då

$44°00' - 35°27' = 8°33'$. Svar: $\underline{008°33'W}$