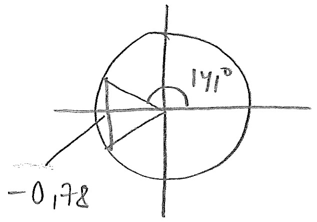
Tenta lösningar SJM002

27/10 2017 Elin Gömark

1. a. Miniräknaren ger $\cos^{-1}(-0{,}78) = 141{,}26...^\circ$

Men detta är inte mellan 180° och 360°.



Den andra lösningen är $360^\circ - 141{,}26...^\circ$

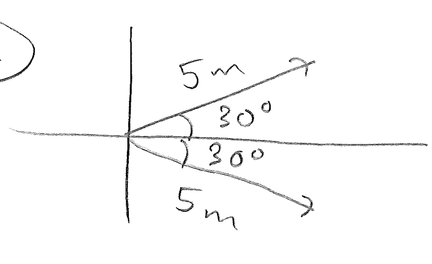
$= 218{,}739...^\circ$, och $\tan(218{,}739...) =$

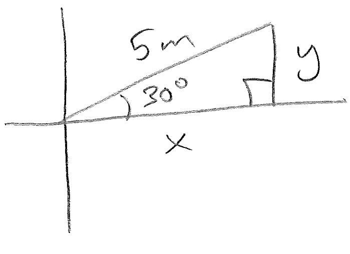
$0{,}8022... \approx \underline{\underline{0{,}80}}$

b) Enligt Pythagoras sats ska isf $10^2 = 8^2 + 5^2$.
Men $10^2 = 100$ och $8^2 + 5^2 = 89$. Svar: nej.

c) 1 cm på kartan är 50000 cm = 500 m i verkligheten, så 1 km^2 i verkligheten är 2 cm × 2 cm = 4 cm^2 stort på kartan.

2. a.





$$\frac{x}{5} = \cos(30^\circ)$$

$$\frac{y}{5} = \sin(30^\circ)$$

Så $x = 5\cos(30^\circ) = 4{,}33... \approx 4{,}3$ m

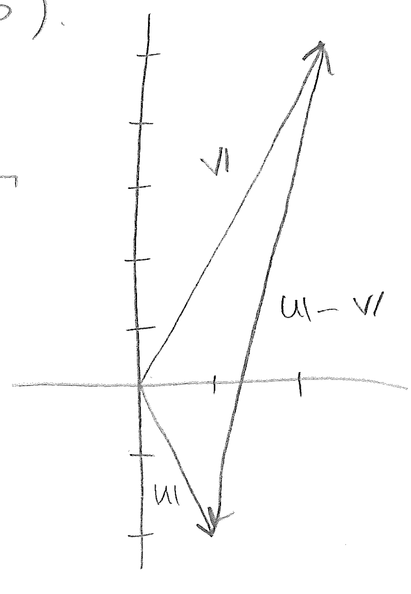
$y = 5\sin(30^\circ) = 2{,}5$

Svar: $(4{,}3\,;\,2{,}5)$ och $(4{,}3\,;\,-2{,}5)$.

b) $u - v = (1,-2) - (2,5) = (-1,-7)$.

$|u - v| = \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2} = \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 25}$

$= \underline{\underline{5\sqrt{2}}}$



c. $F = ma = 4 \cdot 2 = 8\,N$ så den totala kraften som verkar på kroppen är $(8, 0, 0)$. Vi söker då en kraft u sådan att $u + (3, -1, 4) = (8, 0, 0)$.
Då är $u = (8,0,0) - (3,-1,4) = (5, 1, -4)$.

d. Vektorn $(2,1,0)$ har längden $\sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$.
Så sträckan ges av $\frac{6}{\sqrt{5}}(2,1,0)$, och arbetet av $\frac{6}{\sqrt{5}}(2,1,0) \cdot (4,2,1) = \frac{6}{\sqrt{5}}(8+2) = \frac{6 \cdot 10}{\sqrt{5}} =$

$$= \frac{6 \cdot 2 \cdot 5}{\sqrt{5}} = 12 \cdot \sqrt{5} = 26{,}8\ldots \approx \underline{\underline{30\ J}}$$

3. $16.^{49} - 15.^{13} = 1\,h\ 36\,min = 1 + \frac{36}{60}\,h$

$$\text{Farten} = \frac{14{,}7}{1+\frac{36}{60}} = 9{,}1875 \approx \underline{\underline{9{,}19\ \text{knop}}}$$

$$18.^{08} - 15.^{13} = 17.^{68} - 15.^{13} = 2\,h\ 55\,min = 2 + \frac{55}{60}\,h$$

Vi har åkt $\left(2+\frac{55}{60}\right) \cdot 9{,}1875 \approx \underline{\underline{26{,}8\ M}}$ när klockan är $18.^{08}$.

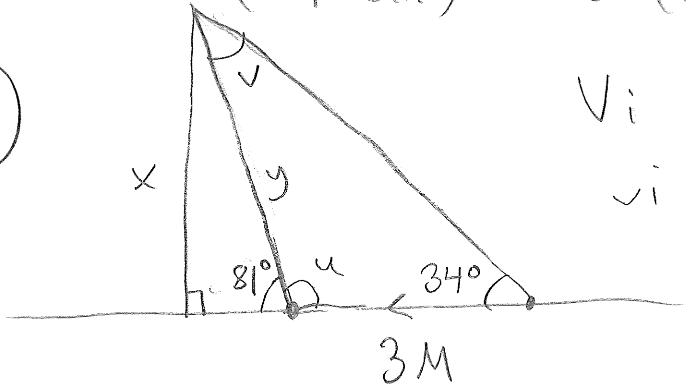
4. Sinussatsen ger $\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b}$, så
$\sin(A) = \frac{10 \cdot \sin(20^\circ)}{4}$. $A = 58{,}76\ldots^\circ$ eller

$180^\circ - 58{,}76\ldots^\circ = 121{,}23\ldots^\circ$.
Så $C = 180^\circ - 20^\circ - 58{,}76\ldots^\circ = 101{,}23\ldots^\circ$
eller $C = 180^\circ - 20^\circ - 121{,}23\ldots^\circ = 38{,}76\ldots^\circ$. Då är

$$\frac{c}{\sin(101{,}23\ldots^\circ)} = \frac{4}{\sin(20^\circ)},$$ så $c \approx \underline{\underline{11\ cm}}$

eller $\dfrac{c}{\sin(38{,}76...^\circ)} = \dfrac{y}{\sin(20^\circ)}$, så $c \approx \underline{\underline{7{,}3 \text{ cm}}}$

5.



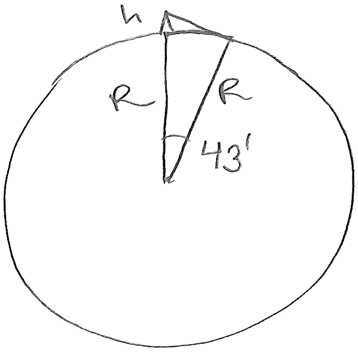
Vi söker x. Först hittar vi $u = 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$ och $v = 180^\circ - 34^\circ - 99^\circ =$
$= 47^\circ$

Sinnssatsen ger $\dfrac{y}{\sin(34^\circ)} = \dfrac{3}{\sin(47^\circ)}$, så $y = 2{,}29...$

Då är $\dfrac{x}{y} = \sin(81^\circ)$, så $x = 2{,}29... \cdot \sin(81^\circ) =$

$= 2{,}265... \approx \underline{\underline{2{,}3 \text{ M}}}$.

6.



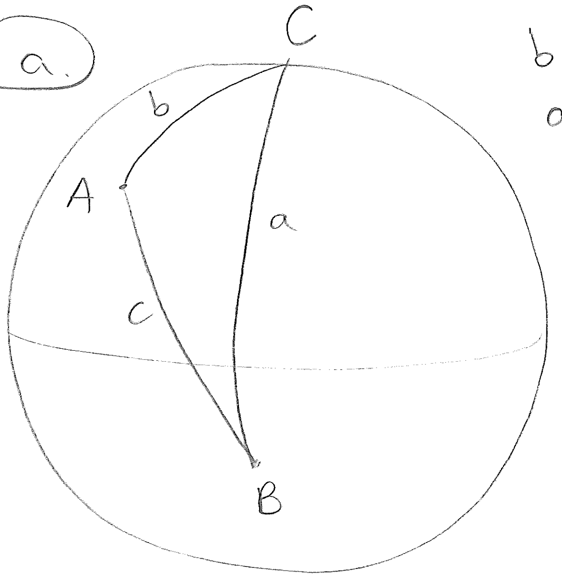
Om platsen är 43 M bort är vinkeln inne i jordens centrum $43' = \dfrac{43}{60}^\circ$

Då är $\dfrac{R}{R+h} = \cos\left(\dfrac{43}{60}^\circ\right)$, så

$$R = (R+h)\cos\left(\frac{43}{60}^\circ\right) = R \cdot \cos\left(\frac{43}{60}^\circ\right) + h\cos\left(\frac{43}{60}^\circ\right)$$

så $h = \dfrac{R - R\cos\left(\frac{43}{60}^\circ\right)}{\cos\left(\frac{43}{60}^\circ\right)} = 0{,}498... \text{ km} \approx \underline{\underline{500 \text{ m}}}$.

7. a.



$b = 90^\circ - 35^\circ 41' = 54^\circ 19'$

$a = 90^\circ + 41^\circ 17' = 131^\circ 17'$

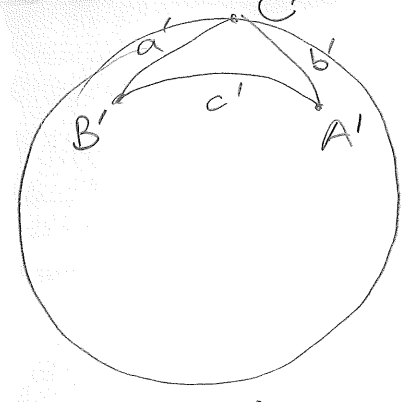
$C = 174^\circ 46' - 139^\circ 41' = 35^\circ 5'$

$\cos(c) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)\cos(C)$

$\Rightarrow c = 83{,}418...^\circ$

$c = 83{,}418 \cdot 60 \text{ M} \approx \underline{\underline{5005 \text{ M}}}$

(b.)



$b' = 54°19'$

$c' = 83{,}418...'$

Eftersom linjen c' är en förbättring av c så måste

$A + A' = 180°$.

$$\frac{\sin(A)}{\sin(a)} = \frac{\sin(C)}{\sin(c)}$$

$A = 25{,}77...°$ eller $\underline{A = 180° - 25{,}77...°}$

så $A' = 25{,}77...°$

$$\cos(a') = \cos(b')\cos(c') + \sin(b')\sin(c')\cos(A')$$

$a' = 37{,}48...° \approx 37°29'$

$$\cos(C') = \frac{\cos(c') - \cos(a')\cos(b')}{\sin(a')\sin(b')}$$

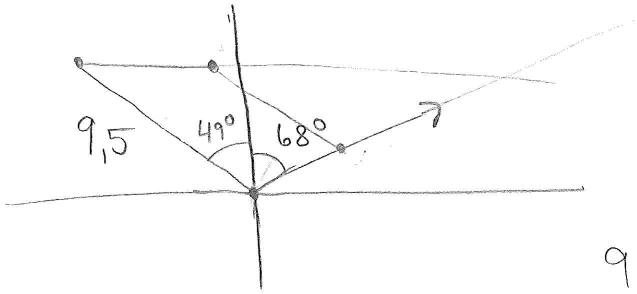
$C' = 134{,}787... \approx 134°47'$

$90° - 37°29' = 52°31'$

$139°41' - 134°47' = 4°54'$

<u>Svar</u>: 52°31'N, 004°54'E.

(8.) Vi börjar med att ta fram tiden när fartygen möts.

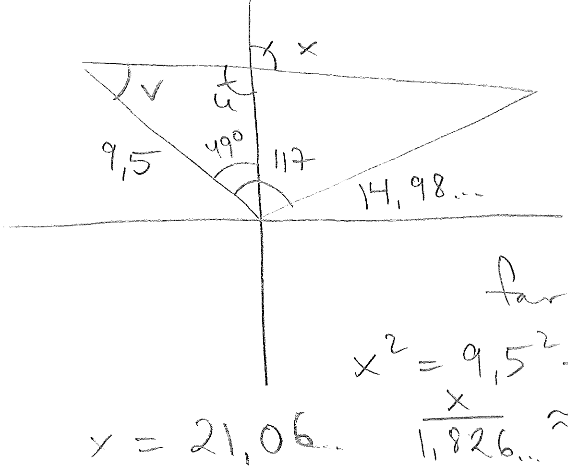


$9{,}5 - 6{,}9 = 2{,}6$

Så det andra fartyget närmar sig dig med $2{,}6 \cdot 2 = 5{,}2$ knop.

$\frac{9{,}5}{5{,}2} = 1{,}826...$ h tills mötet

Du åker alltså $\frac{9{,}5}{5{,}2} \cdot 8{,}2 = 14{,}98...$ M innan mötet.



x är då sträckan det andra fartyget färdas innan ni möts.

$$x^2 = 9{,}5^2 + 14{,}98...^2 - 2 \cdot 9{,}5 \cdot 14{,}98... \cdot \cos(117°)$$

$x = 21{,}06...$ $\quad \frac{x}{1{,}826...} \approx \underline{12 \text{ knop}}$ - fartygets fart

$$\frac{\sin(v)}{14{,}98...} = \frac{\sin(117°)}{x}$$

$v = 39{,}31...° \approx 39°$

$u = 180° - 39° - 49° =$

$= \underline{\underline{92°}}$ = det andra fartygets kurs.