Tentamen i Nautisk matematik, SJM001 och LNC022

2016-10-28 kl 14:00–18:00.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan av tesen).
För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.
Bonuspoäng från hösten och våren 2016 räknas in i resultatet. Redovisa din lösning på alla uppgifter.
Examinator: Elin Götmark, 0706787423.

---

1. (a) I en rätvinklig triangel är en katet 5,0 cm och hypotenusan 7,0 cm. Bestäm den mellanliggande vinkeln. (2p)

   (b) Vi vet att $\cos(v) = 1/2$ och att $\tan(v) = -\sqrt{3}$. Vad är v? Svara med en vinkel som ligger mellan 0 och 360°. (2p)

   (c) Två trianglar är likformiga. I den första triangeln är den längsta sidan 9,0 m och arean är 36 m^2. I den andra triangeln är den längsta sidan 12,0 m. Vad är den andra triangelns area? (2p)

   (d) Rita upp grafen till funktionen $y = \cos(3x + \pi)$, där vinkelenheten är radianer. (2p)

2. Vi har punkterna $A = (4, 2)$, $B = (1, -1)$ och $C = (-1, 2)$.

   (a) Beräkna $|\overrightarrow{AC}|$. Ge ett exakt svar. (2p)

   (b) Beräkna vinkeln mellan $\overrightarrow{AC}$ och $\overrightarrow{AB}$. Ge ett exakt svar. (3p)

   (c) Bildar de tre punkterna en rätvinklig triangel? (3p)

3. I en triangel vet vi sidorna a = 8,9 cm och b = 6,6 cm, och vinkeln B = 37°. Beräkna vinkeln C. (5p)

4. Du står på toppen av Kebnekajse (2098 meter över havet) och tittar på en satellit som du ser precis vid horisonten. Satellitens bana är 18 000 km över jordytan (med två värdesiffror). Hur långt är det mellan dig och satelliten? Antag att jordens radie är 6371 km, och för enkelhetens skull antar vi också att horisonten ligger vid havsytan. (5p)

5. Ett fartyg har kursen $43°$ och farten 6,5 knop genom vattnet, och strömmen har kurs $346°$ och fart 1,7 knop. Vad är fartygets hastighet över grund? (5p)

6. Du sitter 12 m över havsytan och tittar på en båt som är 97 m bort. Du mäter upp att båtens totala höjd tar upp en vinkel på 12°. Hur hög är båten? (5p)

7. Vi börjar i Mumbai (18° 58’ N, 072° 49’ E) och flyger 2167 sjömil längs storcirkeln med utgångskurs 85,00°. Ge koordinaterna för punkten där vi hamnar. (5p)

Var god vänd!

8. Hur långt är det mellan Sydney (33° 51’ S, 151° 12’ E) och Santiago de Chile (33° 27’ S, 070° 40’ W) om vi:

   (a) går längs storcirkeln, (3p)

   (b) går längs en rät linje mellan punkterna (som då hamnar under jordytan). (3p)

   (c) Hur långt under jordens yta hamnar vi som mest? (3p)

   Antag att jordens radie är 6371 km, och att städerna ligger vid havsytan.

Formler

Plan trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}ab\sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\boldsymbol{v} = (x, y), \quad |\boldsymbol{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \text{(i 2 dimensioner)}$$

$$\boldsymbol{v} = (x, y, z), \quad |\boldsymbol{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \text{(i 3 dimensioner)}$$

Skalärprodukt:

$$\boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2 \qquad \text{(i 2 dimensioner)}$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \qquad \text{(i 3 dimensioner)}$$

Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^\circ: \quad \cos c = \cos a \cos b \quad \text{(Pythagoras sats)}$$