Tentamen i Nautisk matematik och fysik, SJM002

2017-10-27 kl 14.00-1800.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan av tesen).
För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.
Bonuspoäng från hösten 2017 räknas in i resultatet. Redovisa din lösning tydligt på alla uppgifter.
Examinator: Elin Götmark, 0706787423.

---

1. (a) Vi vet att $\cos(v) = -0,78$ och att v är mellan 180° och 360°. Vad är $\tan(v)$? (2p)

   (b) Är triangeln med sidorna 10, 8 och 5 cm rätvinklig? (2p)

   (c) En karta har skalan 1:50000. Om du har ett område som är 1 km^2 stort i verkligheten, hur stort är det på kartan? (2p)

2. (a) Ange koordinaterna för de vektorer i planet som har längden 5,0 m och som har vinkeln 30° till den positiva x-axeln. (2p)

   (b) Låt $\vec{u} = (1, -2)$, $\vec{v} = (2, 5)$. Beräkna längden av vektorn $\vec{u} - \vec{v}$ (svara exakt), och rita ut alla tre vektorerna i ett koordinatsystem. (3p)

   (c) En kropp som väger 4 kg påverkas av kraften $\vec{w} = (3, -1, 4)$. Kroppen accelererar med 2 m/s^2 i den positiva x-axelns riktning. Vilken ytterligare kraft måste kroppen påverkas av om detta ska stämma? (3p)

   (d) Du drar en låda som väger 5 kg längs golvet så att den rör sig 6 meter i den riktning som ges av vektorn $(2, 1, 0)$. Kraften som du drar med ges av vektorn $(4, 2, 1)$. Hur mycket arbete utförs? (3p)

3. Du börjar åka kl 15.13 med konstant hastighet. Kl 16.49 har du åkt 14,7 sjömil. Vad är din fart, och hur långt har du åkt kl 18.08? (3p)

4. Vi har en triangel med sidorna $a = 10,0$ cm, $b = 4,0$ cm och vinkeln $B = 20°$. Hur lång är sidan c? (5p)

5. Du åker rakt västerut med 6,0 knop. Kl 12.00 ser du en fyr i bäring 304° och kl 12.30 ser du samma fyr i bäring 351°. Hur långt bort är fyren när den är som närmast? (5p)

6. Du är 43 sjömil från en viss plats på jordytan, som ligger på havsnivå (avståndet är räknat längs jordytan på havsnivå). Hur högt upp måste du komma för att den här platsen precis ska vara synlig vid horisonten? Du kan räkna med att jordens radie är 6371 km. (5p)

7. Vi börjar i Tokyo (35° 41' N, 139° 41' E) och åker till Wellington på Nya Zeeland (41° 17' S, 174° 46' E).

   (a) Hur långt är det om vi åker längs storcirkeln? (4p)

   (b) Om vi skulle börja i Tokyo men istället åka en lika lång sträcka åt andra hållet längs samma storcirkel, vilka koordinater skulle vi hamna på då? (5p)

Var god vänd!

8. Du har en kurs på 68° och åker i 8,2 knop. Kl 8:00 ser du ett annat fartyg i bäring 311° som är 9,5 sjömil bort. Kl 8.30 ser du det i samma bäring men nu 6,9 sjömil bort. Vad är det andra fartygets hastighet? (6p)

Formler

Plan trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}ab\sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\boldsymbol{v} = (x, y), \quad |\boldsymbol{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \text{(i 2 dimensioner)}$$

$$\boldsymbol{v} = (x, y, z), \quad |\boldsymbol{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \text{(i 3 dimensioner)}$$

Skalärprodukt:

$$\boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2 \qquad \text{(i 2 dimensioner)}$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \qquad \text{(i 3 dimensioner)}$$

Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^\circ: \quad \cos c = \cos a \cos b \quad \text{(Pythagoras sats)}$$