

Tentamen i Nautisk matematik och fysik

2018-11-02 kl 8.30–12.30.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan).

Examinator: Elin Götmark, 0706787423.

För godkänt krävs minst 20 poäng (inklusive bonuspoäng). Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Redovisa din lösning tydligt på alla uppgifter.

- Bestäm $\tan(v)$ om $\sin(v) = 0,2$. (2p)
 - En triangel har sidorna 9 cm, 15 cm och 18 cm (exakta tal, inte närmevärden). Är triangeln rätvinklig? (2p)
 - Du har en karta i skalan 1:250 000. Om du har ett område som är 3,0 hektar stort i verkligheten, hur stort är området på kartan? (En hektar är 100×100 meter.) (2p)
 - Rita upp grafen till $\sin(3x + \pi)$, där vinkelenheten är radianer. (2p)
- Vi har vektorerna $\mathbf{u} = (2, 1)$, $\mathbf{v} = (-3, 2)$. Beräkna $|\mathbf{u} + \mathbf{v}|$. Svara exakt. (2p)
 - En vektor med negativ y -koordinat har längden 5,2 längdenheter och har vinkeln 19° till den positiva halvan av x -axeln. Vad är vektorns x och y -koordinater? (2p)
- Du drar en vagn 11 meter längs en rak järnväg som går längs x -axeln, men du kan inte gå på rälsen utan din kraft ges av vektorn $(413, 45, 37)$, där vektorns längd är i Newton. Hur mycket arbete uträttas när vagnen förflyttas? Antag att vagnen stannar på rälsen trots att kraften går i en annan riktning. (2p)
 - En kropp med massan 4 kg befinner sig först i vila. Sedan verkar en kraft på 5 N på kroppen i en minut. Därefter verkar inga krafter i två minuter. Hur långt har kroppen förflyttat sig? (3p)
- I en plan triangel är $A = 21,0^\circ$, $a = 15,5$ cm och $b = 5,2$ cm. Beräkna vinkeln B och rita en bild på triangeln. (4p)
- Du vill veta hur långt bort ett berg ligger. Du mäter ut en sträcka på 125 meter mellan en punkt A och en punkt B. När du står i punkt A och mäter vinkeln mellan punkt B och bergets topp blir den $89,1^\circ$, och när du står i punkt B och mäter vinkeln mellan punkt A och bergets topp blir den $89,4^\circ$. Hur långt bort ligger berget? (5p)
- Du åker med 9,7 knop och kurs 156° , och du ser ett annat fartyg som på radarn ser ut att vara på väg rakt mot dig med 7,1 knop från bäring 98° .
 - Vad är det andra fartygets fart och kurs? (5p)
 - Om du först ser det andra fartyget när det är 8,7 sjömil från dig, hur lång sträcka kommer du att åka innan ni krockar? (4p)

Var god vänd!

7. Du flyger från Yakutsk i Ryssland ($62^{\circ} 02' \text{ N}$, $129^{\circ} 44' \text{ E}$) till Barrow, Alaska ($71^{\circ} 15' \text{ N}$, $156^{\circ} 48' \text{ W}$).
- (a) Hur långt är det om vi åker längs storcirkeln, och vilken utflygningskurs har vi när vi lämnar Yakutsk? (6p)
- (b) Hur långt hade det blivit om vi följt latitudparallellen från Yakutsk och sedan, när vi kommit fram till rätt longitud, åkt norrut längs meridianen till Barrow? (4p)
8. Du står uppe på ett berg 977 meter ovanför havsytan (t ex vid en fjord i Norge). Antag att du lyckas mäta upp att havshorisonten är $91^{\circ} 1'$ från zenit (zenit är punkten på himlen som är 180° från jordens centrum, mätt från där du står). Räkna ut vad det skulle ge för värde på jordens omkrets, och rita en bild som illustrerar din lösning. Antag att resultatet inte påverkas av refraktion i atmosfären. (5p)

Formler

Plan trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}ab \sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\mathbf{v} = (x, y), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$\mathbf{v} = (x, y, z), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

Skalärprodukt:

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2 \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^{\circ} : \quad \cos c = \cos a \cos b \quad (\text{Pythagoras sats})$$