

# Tentamen i Nautisk matematik och fysik

2019-08-23 kl 8.30-12.30.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan).

Examinator: Elin Götmark, 0706787423.

För godkänt krävs minst 20 poäng (inklusive bonuspoäng). Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Redovisa din lösning tydligt på alla uppgifter.

---

- Den minsta vinkeln i en rätvinklig triangel är  $26^\circ$  och den kortaste sidan är 8,1 cm. Räkna ut hypotenusans längd. (2p)
  - Den längsta kateten i en rätvinklig triangel är 5,9 cm, och hypotenusan är dubbelt så lång som den kortaste kateten. Räkna ut längden av de två okända sidorna. (2p)
  - Du har en kub och vill att kubens volym ska minska med 50%. Hur många procent kortare ska då kubens sidor bli? (2p)
  - Skriv upp en formel för en sinusfunktion vars största värde är 2, som har perioden  $2\pi$ , och som har värdet 2 när vinkeln är noll. (2p)
- Låt  $A = (-4, 1)$  och  $B = (2, 3)$ . Beräkna  $|\overrightarrow{AB}|$ . (2p)
  - En vektor ligger i första kvadranten (dvs båda dess komponenter är positiva). Vektorn har längden 7,3 och har vinkeln  $11^\circ$  mot  $y$ -axeln. Beräkna vektorns  $x$ - och  $y$ -komponenter. (2p)
- Ett fartyg väger 4,5 ton och har farten 12 knop. En konstant kraft verkar på fartyget så att det helt har bromsat in efter 550 m. Hur stor är kraften? (3p)
  - En kropp som väger 1,4 kilo har från början en fart på 11 m/s. Om kroppen först accelererar med  $2 \text{ m/s}^2$  under 20 sekunder i samma riktning som den ursprungliga hastigheten, och sedan decelererar med  $3 \text{ m/s}^2$  under 10 sekunder, hur lång sträcka har kroppen rört sig under de 30 sekunderna? (Deceleration är detsamma som negativ acceleration.) (3p)
- Ett fartyg åker från sin startpunkt kl 08.20 och håller en konstant hastighet. Kl 13.56 har fartyget åkt 48,3 sjömil.
  - Hur långt har fartyget åkt kl 23.13 (jämfört med startpunkten)? (3p)
  - Vid vilket klockslag har fartyget åkt 100 sjömil? (2p)
- En triangel har arean  $45,6 \text{ cm}^2$ . Den största vinkeln är  $132^\circ$  och en av de närliggande sidorna är 5,9 cm. Räkna ut längden på de andra två sidorna. (4p)
- Ett fartyg vill ha farten 9,4 knop över grund rakt söderut. Strömmens fart är 3,7 knop och dess kurs är  $331^\circ$ . Vad ska fartyget hålla för fart och kurs genom vattnet? (5p)

**Var god vänd!**

7. Du är på toppen av en ö som är 513 meter över havet. Jordens radie kan antas vara 6371 km.
- (a) Om du lyser med ett starkt ljus, hur högt över havet måste man vara för att se ljuset 100 km bort? Du kan bortse från ljusbrytning i atmosfären. (5p)
- (b) Hur långt bort är man då längs jordytan? (Jordytan är ju krökt till skillnad från ljuset som går i en rät linje.) (3p)
8. Du flyger längs en storcirkel från New York City (40° 43' N, 44° 00' W) till Kapstaden (33° 56' S, 18° 25' E).
- (a) Hur långt är det? (4p)
- (b) Vad är longituden när du korsar ekvatorn? (6p)

## Formler

### Plan trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}ab \sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

### Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\mathbf{v} = (x, y), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$\mathbf{v} = (x, y, z), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

Skalärprodukt:

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2 \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

### Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^\circ : \quad \cos c = \cos a \cos b \quad (\text{Pythagoras sats})$$