Chapter 1. Complex Numbers

Det mesta är bekant. Se dock särskilt på:

- Argumentfunktionen i olika områden.
- Beräkning av $z^{1/m}$ i 1.4.
- Grundläggande begrepp för områden i planet i 1.5.
- Oändlighetspunkten i 1.5.

$$z = x + iy = r(\cos\theta + i\sin\theta), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \text{ för } x \neq 0, \quad \tan(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cot\theta = \frac{x}{y} \text{ för } y \neq 0.$$

I lämpliga områden kan θ framställas som en väldefinierad och kontinuerlig funktion $\theta(x, y)$.

y

$$\theta = \operatorname{arccot}\frac{x}{y} \quad (0 < \theta < \pi)$$

$$\theta = \arctan\frac{y}{x} \quad (-\tfrac{\pi}{2} < \theta < \tfrac{\pi}{2})$$

x

$$\theta = \arctan\frac{y}{x} + \pi \quad (\tfrac{\pi}{2} < \theta < \tfrac{3\pi}{2})$$

$$\theta = \operatorname{arccot}\frac{x}{y} + \pi, \quad (\pi < \theta < 2\pi) \qquad \theta = \operatorname{arccot}\frac{x}{y} - \pi, \quad (-\pi < \theta < 0)$$

Chapter 2. The Complex Function and Its Derivative

$$w = f(z), \quad z = x + iy, \quad w = u + iv$$

En komplexvärd funktion av en komplex variabel är liktydig med två reellvärda funktioner av två reella variabler, $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$.

Gränsvärde och kontinuitet som för funktioner av två reella variabler.

$$f(z) \to w_0 \text{ då } z \to z_0 \iff |f(z) - w_0| \to 0 \text{ då } |z - z_0| \to 0$$

Om f är kontinuerlig i en omgivning av z_0 och om $C_\delta = \{z : |z - z_0| = \delta\}$, gäller

$$\max_{z \in C_\delta} |f(z) - f(z_0)| \to 0 \text{ då } z \to z_0$$

2.3. Den komplexa derivatan.

$$f'(z_0) = \lim_{z \to z_0} \frac{f(z) - f(z_0)}{z - z_0}$$

Vanliga deriveringsregler, t.ex. kedjeregeln:

$$\frac{d}{dz} f[g(z)] = f'[g(z)]g'(z), \quad \frac{d}{dt} f[z(t)] = f'[z(t)]z'(t)$$

Cauchy-Riemanns ekvationer (C-R:s ekv.):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

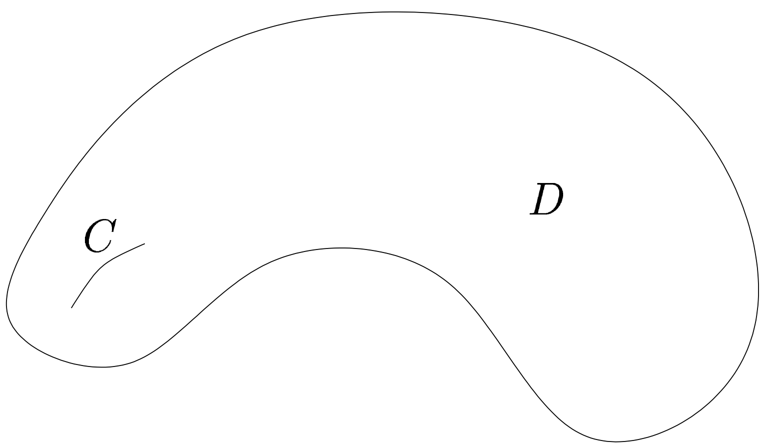
2.4. Analyticitet.

$$f \text{ analytisk i ett område } D \iff f \text{ deriverbar i } D$$

SATS: Antag u och v har kontinuerliga partiella derivator i ett område D. Då är $f = u + iv$ analytisk i D om och endast om u och v satisfierar C-R:s ekv. i D.

2.5. Harmoniska funktioner, Laplaces ekvation.

Entydighetssats för analytiska funktioner: Antag $f(z)$ och $g(z)$ är analytiska i ett område D och lika på en kurva C i D. De är då lika i hela D.



2.6. Tillämpningar.

Läs om värmeledning, vätskeflöde och elektrostatik. Se särskilt på hur dessa saker kan beskrivas med en komplex potential. Se på ekvipotentiallinjer och strömlinjer.