

Matematiska institutionen CTH/GU

Övningskrivning i **TMA035 Analytiska funktioner för E3** den 24/9 2005, 13.00-15.00.

Hjälpmedel: Beta

Telefon:

Obs! Ange namn, personnummer samt linje och inskrivningsår.

---

1. Vad menas med att en funktion är analytisk i ett område? Visa att om  $f(z) = u + iv$  är en sådan funktion så uppfyller  $u, v$  Cauchy-Riemanns ekvationer i området. (7p)

2. Vad menas med en harmonisk funktion? Visa att  $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 2xy$  är harmonisk. Bestäm en analytisk funktion  $f(z)$ ,  $z = x + iy$ , (uttryckt i  $z$ ) vars realdelen är  $u$  och sådan att  $f(0) = 3i$ . (6p)

3. Bestäm bilden av området  $D : |z| \leq 2, \operatorname{Re} z \geq 0$  under avbildningen  $w = \frac{z+i}{z-i}$ . (6p)

4. Beräkna integralen

$$\int_{\gamma} (z^2 + z\bar{z}) dz,$$

där

(a)  $\gamma$  är kurvan  $x^2 + y^2 = 1$  från  $z = 1$  till  $z = i$ ;

(b)  $\gamma$  är kurvan  $y = 1 - x$  från  $z = 1$  till  $z = i$ .

Du ska få två olika resultat. Strider det med en känd följsats ur Cauchy-Goursats sats? Motivera. (6p)

Lycka till! LT