Inlämningsuppgift 1 för Analytiska funktioner E3: Ett potentialproblem

Två långa parallella ledare har centrumavstånd 1 m och radierna 0.1 m resp. $0.1 + \frac{d}{20}$ m, där d är sista siffran i ditt personnummer. Den första ledaren är jordad, och den andra har potentialen 10 V. Uppgiften är att rita fältbilden mellan ledarna.

Detta problem löser man genom att transformera till en lättare geometri. Avbildning 23 i Beta, sid. 346, kan användas för detta. (Observera ett feltryck; det skall stå $R = \left(-1 + bc + \sqrt{(b^2-1)(c^2-1)}\right)/(b-c)$.) Man får ett område i w-planet mellan två koncentriska cirklar med centrum i origo. I detta område är $A \ln |w| + B$ en harmonisk funktion, och A och B skall väljas så att funktionen blir 0 på ena cirkeln och 10 på den andra. Den komplexa potentialen är $A \log w + B$. Rita (med hjälp av MATLAB) ekvipotentialkurvor i z-planet för $0, 1, \ldots, 10$ V. Rita också några flödeslinjer svarande mot $\arg w = 0$, $\pm\pi/4$, $\pm\pi/2$, $\pm 3\pi/4$, $\pm\pi$. Använd MATLAB-funktionerna `abs`, `angle`, `contour` (med lämpliga tillval), `clabel` och naturligtvis `meshgrid` för plottningen. Använd `help`-funktionen för detaljerad information. Rita med en skalning sådan att cirklar verkligen ser ut som cirklar.

Vad får de två ledarna för laddning (egentligen laddning per meter av ledarnas längd)? (Se Theorem 6, sid. 540.) Räkna med permittiviteten $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m. Rita också en kurva som visar hur laddningstätheten varierar längs ena ledarens yta. Ledning: Laddningstäthetens belopp på ytan av en ledare är $|\mathbf{D}|$. Uttryck detta m.h.a. den komplexa potentialen $\Phi(z)$.

Lämna alltså in två figurer och ett numeriskt värde på laddningen.