

EXTRAUPPGIFTER

Följande uppgifter har varit tentamensuppgifter (utom 1b), försök först att lösa dem och verifiera sedan dina resultat med *maple*:

1. Funktionen f definieras på följande sätt:

$D_f = (0, \infty)$, $f(1) = 0$ och för $1 \neq a \in D_f$ är $f(a)$ areamåttet av det område i

xy -planet som begränsas av kurvorna $y = ae^{|x|}$ och $y = e^{a|x|}$.

a) Visa att $f(a) = f\left(\frac{1}{a}\right)$ för $a \in D_f$.

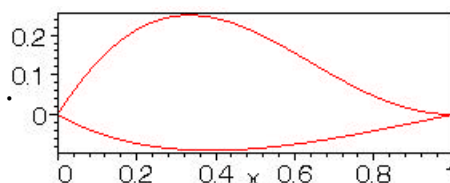
b) Beräkna $f(x)$ och rita kurvan $y = f(x)$ ($x \in D_f$).

c) Visa att $f(4)$ inte är ett rationellt tal.

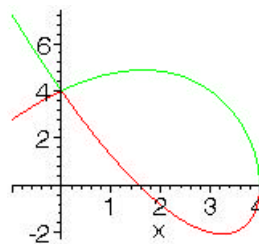
2. Låt $f(x) = x + \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{\sin \frac{\pi x}{2} + 1} - 1$ och $g(x) = \sin \frac{\pi x}{2} - \left(\sin \frac{\pi x}{2}\right)^2$.

a) Visa att $f(x) < 0$ för $0 < x < 1$.

b) Beräkna arean av området mellan kurvorna $y = f(x)$ och $y = g(x)$, $0 \leq x \leq 1$.



3. Beräkna arean av området innanför den ögla som definieras genom $y^2 = (4-x)(x^2 + x + 2y - 4)$.

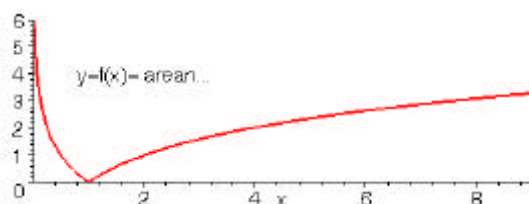


svar:

1b) $f(x) = 2 \operatorname{sgn}(x-1) \left(x^{\frac{x}{x-1}} + \frac{1}{x} - x - x^{\frac{1}{x-1}} \right), 0 < x \neq 1$

2) $\frac{2(1-\ln 2)}{\pi}$

3) $\frac{256}{15}$



Området i 1a) ser ut så här för $a = 4$ (övre)
och för $a = \frac{1}{4}$ (undre):

