

## Kompletterande repetitionsuppgifter

1. (a) Förenkla  $\frac{1 - \frac{1}{x^4}}{1 + \frac{1}{x^3}}$ .
- (b) Förenkla  $\frac{\frac{y+x}{y-x} - \frac{y-x}{y+x}}{\frac{y}{y-x} - 1}$ .
- (c) Lös ekvationen  $\frac{\frac{x+1}{x-1} - 1}{1 + \frac{1}{x+1}} = \frac{1}{2}$ .
2. (a) Beräkna derivatan  $f'(x)$  för  $x = \frac{\pi}{2}$ , om  $f(x) = \ln \left| \frac{3}{\sin x} \right|$ .
- (b) Beräkna derivatan  $f'(x)$  då  $f(x) = \sqrt{3x^4 + 7}$ .
- (c) Beräkna  $f'(2)$  då  $f(x) = \ln \frac{3x^2 + 7x + 1}{1 - x^2 + 5x^3}$ .
- (d) Bestäm lösningarna på ekvationen  $f'(x) = 0$ , där  $f(x) = e^{\tan x} \cos^2 x$ .
3. (a) Bestäm  $\sin \frac{13\pi}{3}$ .
- (b) Bestäm alla möjliga värden på  $\tan v$ , då  $\sin v = \frac{-1}{5}$ .
- (c) Lös ekvationen  $\sqrt{3} \tan(2v - \frac{\pi}{6}) = 1$ .
- (d) Lös ekvationen  $\sin 3v = \cos 3v$ .
4. (a) Sök reella lösningar till ekvationen  $3 + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2x$ .
- (b) Sök reella lösningar till ekvationen  $\sqrt{x+3} = \sqrt{x-2} + \sqrt{x-5}$ .
5. (a) Sök reella lösningar till ekvationen  $2^{4x-2} - 3 \cdot 16^{x-1} = 4$ .
- (b) Sök reella lösningar till ekvationen  $3^{2x} - 3^{x+1} + 2 = 0$ .
6. (a) Lös ekvationen  $3 \ln 2 + 2 \ln x = \ln 3$ .
- (b) Lös ekvationen  ${}^5\log x + {}^5\log(x-2) = {}^5\log 3$ .
7. (a) Lös ekvationen  $|x+2| - 3|x-1| = 4x$ .
- (b) Lös ekvationen  $|x^2 + 4x + 3| = 1$ .
8. (a) För vilka reella tal  $x$  är  $\frac{9x^2 + 6x - 8}{4 - x^2} \geq 0$ .
- (b) För vilka reella tal  $x$  är  $x + 1 \geq \frac{1}{x+1} > x$ .
9. (a) Bestäm ekvationer för tangent och normal till kurvan  $y = \sqrt{\frac{3x-4}{5x-6}}$ , i den punkt på kurvan där  $x = 2$ .
- (b) Bestäm ekvationer för tangent och normal till kurvan  $y = x \cdot \cos(\pi \cdot \sin x) + 1$ , i den punkt på kurvan där  $x = \frac{\pi}{6}$ .
10. (a) Rita kurvan  $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x^2 + 4x + 4}$  (i sina huvuddrag) med angivande av (lokala) maximi- och minimipunkter.
- (b) Rita kurvan  $y = 3 + 15x^4 + 6x^5 - 5x^6$  (i sina huvuddrag) med angivande av (lokala) maximi- och minimipunkter.
11. (a) Bestäm hur långt under vattenytan en rät linje når, som drages genom sjön Vätterns ändpunkter, om vättern är 130 km lång och jorden är en sfär med radien 6360 km.
- (b) Undersök om polynomet  $x^{97} + x^{77} + x^{37} + x^{27} + x^{17} + 1$  är delbart med polynomet  $x^2 + x + 1$ .

1. (a)  $\frac{(x-1)(x^2+1)}{x(x^2-x+1)}$   
 (b)  $\frac{4y}{y+x}$   
 (c)  $x = \frac{3+\sqrt{33}}{2}$  eller  $x = \frac{3-\sqrt{33}}{2}$
2. (a)  $f'(\frac{\pi}{2}) = 0$   
 (b)  $f'(x) = \frac{6x^3}{\sqrt{3x^4+7}}$   
 (c)  $f'(2) = \frac{809}{999}$   
 (d)  $x = \frac{\pi}{4} + n\pi$ ,  $n \in \mathbb{Z}$
3. (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (b)  $\frac{\pm 1}{\sqrt{24}}$   
 (c)  $v = \frac{\pi}{6} + n\frac{\pi}{2}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$   
 (d)  $v = \frac{\pi}{12} + n\frac{\pi}{3}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$
4. (a)  $x = 2$   
 (b)  $x = 6$
5. (a)  $x = \frac{3}{2}$   
 (b)  $x = 0$  eller  $x = {}^3\log 2$
6. (a)  $x = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$   
 (b)  $x = 3$
7. (a)  $x = \frac{-5}{2}$   
 (b)  $x = -2 \pm \sqrt{2}$  eller  $x = -2$
8. (a)  $-2 < x \leq \frac{-4}{3}$   
 (b)  $-2 \leq x < \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$
9. (a) tangent:  $19x + 8\sqrt{2}y = 46$ , normal:  $16x - 19\sqrt{2}y = 13$   
 (b) tangent:  $y - \frac{6\sqrt{2}+\pi}{6\sqrt{2}} = \frac{12-\sqrt{3}\pi^2}{12\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{6})$   
 normal:  $y - \frac{6\sqrt{2}+\pi}{6\sqrt{2}} = \frac{-12\sqrt{2}}{12-\sqrt{3}\pi^2}(x - \frac{\pi}{6})$
10. (a) minimum:  $f(2) = \frac{3}{4}$   
 (b) lok. max:  $f(-1) = 7$ ,  $f(2) = 115$ , lok. min:  $f(0) = 3$
11. (a) 0.33 km  
 (b) delbart