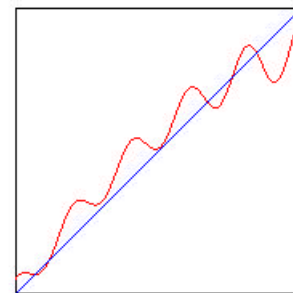


Lösningsförslag till extrauppgift 2.3)

Åskådligt är det klart: Eftersom f är kontinuerlig och $0 \leq f(x) \leq 1$ så borde väl kurvan $y = f(x)$ någonstans korsa linjen $y = x$. Ett strängt bevis för det får vi genom att betrakta funktionen $g(x) = f(x) - x$: g är kontinuerlig på $[0,1]$. Om $g(0) = 0$ eller $g(1) = 0$ så är vi färdiga (0 eller 1 är fixpunkt då); om $g(0) \neq 0$ och $g(1) \neq 0$ så är $g(0) > 0$ och $g(1) < 0$, värdet 0 ligger alltså mellan värdena $g(0)$ och $g(1)$, enligt satsen om mellanliggande värden finns det då ett $x_0 \in [0,1]$ (i själva verket $x_0 \in (0,1)$) där g antar värdet 0, dvs. $f(x_0) = x_0$.



vsv