

EXTRA UPPGIFTER

Du lär dig väldigt mycket av att prata med andra, att behöva förklara för andra dina idéer, lösningar, vad du gjorde, vad du menade. Gå ihop i smågrupper (högst 4), lös några av dessa uppgifter hemma, åtminstone dem du får lösningar till, skriv ner dina lösningar på ett bra sätt och ta med dem till räknestugan eller någon annanstans, där ni ("smågruppen") träffas och "försvara" dem i gruppen, titta kritiskt på de andras lösningar, diskutera dem och allt kringliggande: är lösningen korrekt? fullständig? bra nerskriven? omständlig? är alla använda begrepp/satser klara? Kanske måste ni först gå igenom (delar av) föreläsningen?

Utnyttja även räkleddaren och SI-grupperna.

Tänk på att du måste träna att formulera dig, att skriva ner en lösning på ett acceptabelt sätt.

Uppgifterna är tentamensuppgifter!

Samtidigt delas ut "repetitionsfrågor"; ta gärna upp dem också i diskussionen, de liknar teorifrågor på tentan och frågorna på "muntan" efter hela ettans matte.

Lösningar (ev. med kommentarer och nya frågor) delas ut till vissa uppgifter. Gå igenom dem, jämför dem med dina lösningar, men titta aldrig på dem innan du har försökt själv!!!

EXTRA UPPGIFT 1 (logik, mängdlära, Boolesk algebra)

1) Låt $\langle M, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ vara en Boolesk algebra, $x, y, z \in M$. Visa

a) $x + y = x \oplus y \Leftrightarrow x \cdot y = 0$. (denna uppgift får ni lösning till)

b) $x + y = x \Leftrightarrow x \cdot y = y$.

c) $x + x \cdot y \cdot z + x' \cdot y' = x + y'$.

d) $(x + y') \cdot (x + z') = x + y' \cdot z'$.

e) $(x \oplus y)' = x' \oplus y = x \oplus y' = x' \cdot y' + x \cdot y$.

f) $x \cdot (y \oplus z) = (x \cdot y) \oplus (x \cdot z)$

g) $(x \oplus y) \cdot (y \oplus z) = x' \cdot y \cdot z' + x \cdot y' \cdot z$.

h) $(x \oplus y) + (y \oplus z) = x \cdot y' + y \cdot z' + z \cdot x'$.

i) Visa att för alla $N \in \mathbb{N}$ gäller $\left(\prod_{k=1}^N x_k \right)' = \sum_{k=1}^N x_k'$ och $\left(\sum_{k=1}^N x_k \right)' = \prod_{k=1}^N x_k'$

($x_1, x_2, \dots, x_N \in M$; $\prod_{k=1}^N x_k = x_1 \cdot x_2 \cdots x_N$ = produkten av $x_1, x_2, \dots, x_N$).

2) Uttryck $x \oplus y$ m.h.a. enbart $\cdot$ och $'$ (AND-grind och NOT-grind).

3) Formulera reglerna i 1) och 2) för utsagor och för mängder

(t.ex. 1i): $\left(\bigcap_{k=1}^N A_k \right)^c = \bigcup_{k=1}^N A_k^c$.

4) Finns det heltal m, n , $m \cdot n \neq 0$ sådana att $m\sqrt{2} + n\sqrt{3}$ är ett rationellt tal?

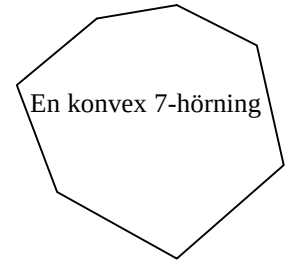
(svar: nej)

5) Visa med induktion att $2 \sum_{k=1}^N (-1)^{N+k} k^2 = N + N^2$ för alla $N \in \mathbb{N}$.

6) Låt $a_0 = 2, a_1 = 5$ och $a_{n+1} = 5a_n - 6a_{n-1}$ för $n \in \mathbb{N}$.

Visa med induktion att $a_n = 2^n + 3^n$ för alla $n \in \mathbb{N}$.

7) En N -hörning kallas konvex om alla vinklar är mindre än π .
Visa att vinkelsumman i en konvex N -hörning är $(N - 2) \cdot \pi$
för varje $3 \leq N \in \mathbb{N}$.



8) Beräkna den konstanta termen i utvecklingen av

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{x} + \sqrt{3}x \right)^{10} \text{ och avgör om den är ett rationellt tal.}$$

(svar: $9072\sqrt{6} \notin \mathbb{Q}$)

8) Den övningsgrupp som Emil och Emilia tillhör består av 20 teknologer.

Teknologerna sitter i fem rader, fyra i varje rad.

Eftersom Emil och Emilia jämt bråkar får de inte sitta bredvid varandra och inte bakom varandra. På hur många olika sätt kan de placeras?

(svar: 318)

REPETITIONSFRÅGOR matem.metoder del A för E1, 2001

Moment 1: logik, mängdlära, Boolesk algebra, kombinatorik

1. Vad är en matematisk utsaga?

2. Definiera $\neg P, P \vee Q, P \wedge Q, P \Rightarrow Q$ (P, Q matematiska utsagor) och visa att $P \Rightarrow Q, \neg P \vee Q$ och $\neg Q \Rightarrow \neg P$ är ekvivalenta utsagor.

3. Definiera $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, A \Delta B$ (A, B mängder).

4. Vad är en Boolesk algebra? Exempel?

5. Vad är mängderna $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$? Kan du visa att $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$?

6. Vad är potensmängden $P(M)$? Vad är (den kartesiska) mängdprodukten $A \times B$?

7. Vad är en relation? Vad är en funktion? Vad menas med $f: X \rightarrow Y$?

8. Vad är vitsen med induktionsaxiomet?

9. Vad är permutation? Fakultet? Binomialkoefficienten? Vad ger de?