

Kompletteringstentamen i matematiska metoder E1 (TMA042), del A,
2001-11-24, kl. 10.45-12.45 (M)

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa

Telefon: Bernhard Behrens, tel. 0702 - 355810

OBS: Fyll i allt på skrivningsomslaget. Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad.

=====

1. Hur många lösningar har ekvationen $\tan x - \cot x = 2x$ i intervallet $(0, \frac{\pi}{2})$?
 Motivera väl! (6p)

2. a) Rita funktionskurvan $y = x - e \ln(x)$ med angivande av extrempunkter och konvexitet/konkavitet. (4p)
- b) Visa att $e^x > x^e$ för alla $x \in (0, \infty) \setminus \{e\}$
 och beräkna arean av området $\{(x, y) : 0 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq e^x - x^e\}$. (4p)
- c) Visa att funktionen $h(x) = x^2 + 2ex(1 - \ln x)$ är injektiv och beräkna $Dh^{-1}(e^{-2} + 4)$. (4p)
 ledn: lös först a) och utnyttja det för b) och c).

3. Låt $f(x) = \frac{1}{2 \sin x + \sin 2x}$.
 a) Rita funktionskurvan $y = f(x)$ med angivande av extrempunkter.
 ledn: det räcker att studera funktionen i intervallet $(0, \pi)$, varför? (6p)
- b) Bestäm den primitiva funktion till f i intervallet $(0, \pi)$ som går genom punkten $(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2})$. (6p)

BB

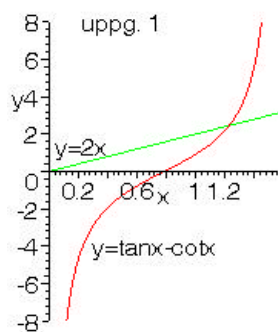
svar:

- 1) 1 (obs: jämför ö 42 i kap3, ö 42 i kap5, uppg. 278, 281 sid. D:02 i kursboken mm)
- 2a) konvex, min-punkt $(e, 0)$ b) arean är $\frac{e^e}{e+1} - 1$ c) $\frac{1}{4 \cosh 1}$
- 3a) lok. min-punkt $(\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3\sqrt{3}})$, f udda och 2π -periodisk (alltså $(-\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3\sqrt{3}})$ lok. max-pkt ...)
- 4) $\frac{1}{4}(\ln \frac{1-\cos x}{1+\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} + 1) = \frac{1}{8}(2 \ln(\tan \frac{x}{2}) + \tan^2 \frac{x}{2} + 3)$

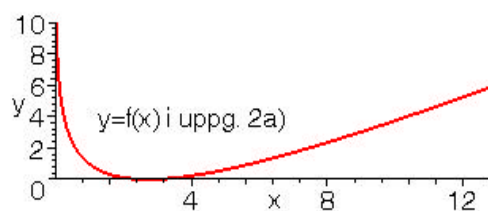
graferna finns på baksidan

Kompletteringstenta E del A (01-11-24), graferna (ritade med maple)

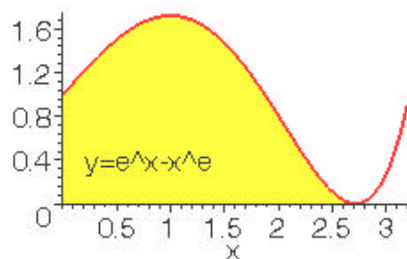
uppg. 1:



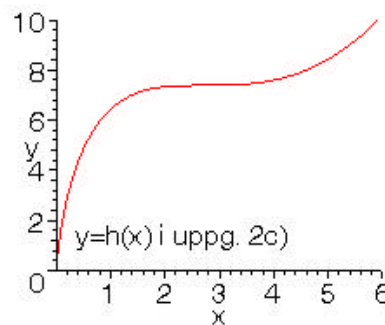
uppg. 2a)



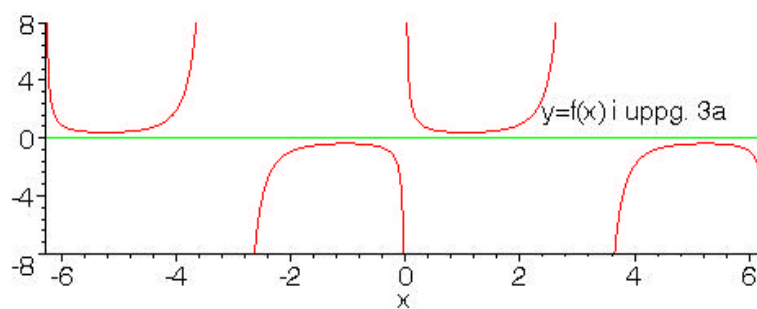
uppg. 2b)



uppg. 2c)



uppg. 3a)



uppg. 3b)

