

REPETITIONSFRÅGOR matem.metoder del A, E1, 2002

Moment 1: logik, mängdlära, Boolesk algebra

1. Vad är en matematisk utsaga?
2. Definiera $\neg P, P \vee Q, P \wedge Q, P \Rightarrow Q$ (P, Q matematiska utsagor) och visa att $P \Rightarrow Q, \neg P \vee Q$ och $\neg Q \Rightarrow \neg P$ är ekvivalenta utsagor.
3. Definiera $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, A \Delta B$ (A, B mängder).
4. Vad är en Boolesk algebra? Exempel?
Vilka räkneregler gäller i en Boolesk algebra?
5. Vad är mängderna $\mathcal{O}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$? Kan du visa att $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$?
6. Vad är potensmängden $P(M)$? Vad är (den kartesiska) mängdprodukten $A \times B$?
7. Vad är en permutation? Fakultet? Binomialkoefficienten? Vad ger de?
Kan du (härleda) binomialteoremet?
8. Vad är vitsen med induktionsaxiomet? Kan du genomföra ett induktionsbevis?
9. Vad är en relation? Vad är en funktion? Vad menas med $f: X \rightarrow Y$ $x \mapsto y$?

Moment 2: gränsvärde, kontinuitet, deriverbarhet, elementära funktioner

1. Kan du skriva upp definitionerna för $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = A,$
 $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A, f(x) \rightarrow \pm\infty$ då $x \rightarrow a$ ($a \pm, \pm\infty$)?
2. Vilka "gränsvärdesregler" användes i exempel 1 sid. 2:04 (i kursboken)?
3. Kan du visa gränsvärdesreglarna?
4. Vad är en kontinuerlig funktion? Varför är kontinuitet en så viktig egenskap?
5. Vad är en deriverbar funktion? Är en kontinuerlig funktion deriverbar?
Är en deriverbar funktion kontinuerlig?
6. Stämmer påståendet: $\lim_{x \rightarrow a+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f'(x) \Rightarrow f$ deriverbar i a ?
7. Kan du (formulera och visa) deriveringsreglarna?
8. Vad ger $f'(a)$? Kan du skriva upp en ekvation för tangenten?
9. Vad är en injektiv funktion? Vad är f^{-1} ? Kan du derivera f^{-1} och visa din formel?
10. Vad är lokala extrempunkter (lokala maxima/minima)?
Hur kan du eventuellt hitta dem m.h.a. derivatan?
11. Vad är en stationär punkt? Är stationära punkter (lokala) extrempunkter?

12. Kan du (formulera, visa) Rolles och Lagranges sats?
Vilka tillämpningar har Lagranges sats?
13. Vad menas med att en funktion är växande/avtagande, konvex/konkav?
Hur kan du eventuellt m.h.a. derivatan avgöra om en funktion är växande/avtagande, resp. konvex/konkav? Injektiv? Är en strängt konvex funktion injektiv? Deriverbar?
14. Hur definieras funktionerna
 $\ln x$, e^x , x^a , $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\sinh x$, $\cosh x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$?
Kan du visa att dessa funktioner är kontinuerliga och härleda derivatorna till dem?
15. Kan du standardgränsvärdena (kan du visa dem)
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0+} x \ln x$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x}$?

Moment 3: integral

1. Vad är en primitiv funktion till f ? Kan du motivera varför en kontinuerlig funktion har en primitiv funktion (hur konstruerar man en primitiv funktion)?
2. Vad är $\int f(x) dx$ resp. $\int_a^b f(x) dx$? Kan du visa att $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b$,
oberoende av vilken primitiv funktion F till f man väljer?
3. Hur lyder formlerna för variabelsubstitution och för partiell integration?
4. Vad är en Riemann-summa?
5. Kan du partialbråksuppdelar rationella funktioner?
6. Är summan/produkten av två jämna funktioner jämn? Av udda funktioner?
Av en udda och en jämn funktion?