INSTUDERINGSUPPGIFTER

Du lär dig väldigt mycket av att prata med andra, att förklara för andra dina idéer, dina lösningar, vad du gjorde, vad du menade. Gå ihop i smågrupper (högst 4), lös några av dessa uppgifter hemma, åtminstone dem du får lösningar till, skriv ner dina lösningar på ett bra sätt och ta med dem till räknestugan eller någon annanstans, där ni ("smågruppen") träffas och "försvara" dem i gruppen, titta kritiskt på de andras lösningar, diskutera dem och allt kringliggande:
är lösningen korrekt? fullständig? bra nerskriven? omständlig? är alla använda begrepp/satser klara? Kanske måste ni först gå igenom (delar av) föreläsningen?

Utnyttja även räkneledaren och SI-grupperna.

Tänk på att du måste träna att formulera dig, att skriva ner en lösning på ett acceptabelt sätt.

Uppgifterna är tentamensuppgifter!

Samtidigt delas ut "repetitionsfrågor"; ta gärna upp även dem i diskussionen, de liknar teorifrågorna på tentan och frågorna på "muntan" efter hela ettans matte.
Lösningar (ev. med kommentarer och nya frågor) delas ut till vissa uppgifter. Gå igenom dessa och jämför dem med dina lösningar, men titta aldrig på dem innan du har försökt själv!!!

INSTUDERINGSUPPGIFT 1 (logik, induktion)

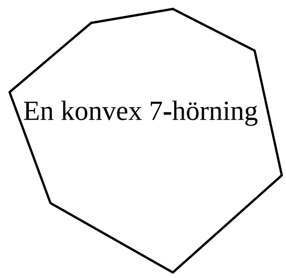
1) Finns det heltal $m, n,\ m \cdot n \neq 0$ sådana att $m\sqrt{2} + n\sqrt{3}$ är ett rationellt tal?

(svar: nej)

2) Visa med induktion att $2\sum_{k=1}^{N} (-1)^{N+k} k^2 = N + N^2$ för alla $N \in \mathbb{N}$.

3) Låt $a_0 = 2,\ a_1 = 5$ och $a_{n+1} = 5a_n - 6a_{n-1}$ för $n \in \mathbb{N}$.
Visa med induktion att $a_n = 2^n + 3^n$ för alla $n \in \mathbb{N}$.

4) En N–hörning kallas *konvex* om alla vinklar är mindre än π .
Visa att vinkelsumman i en konvex N–hörning är $(N-2)\cdot\pi$ för varje $3 \leq N \in \mathbb{N}$.



REPETITIONSFRÅGOR matem.metoder del A för E1, 04

Moment 1: logik, mängdlära, Boolesk algebra

1. Vad är en matematisk utsaga?

2. Definiera $\neg P, P \vee Q, P \wedge Q, P \Rightarrow Q$ (P, Q matematiska utsagor) och visa att utsagorna $P \Rightarrow Q$, $\neg P \vee Q$ och $\neg Q \Rightarrow \neg P$ är ekvivalenta.

3. Vad är en mängd?

4. Definiera $A \cup B, A \cap B, A \setminus B$, $A \Delta B$, $A \subseteq B$, potensmängden $P(A)$, (den kartesiska) mängdprodukten $A \times B$ (A,B mängder).

5. Vad är en Boolesk algebra? Exempel? Vilka räkneregler gäller i en Boolesk algebra? Hur definieras operatorn $\oplus$?

6. Vad är mängderna $\emptyset$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$?

7. Kan du visa att $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$?

8. Vad är en relation? Vad är en funktion? Vad menas med $f: \begin{matrix} X \to Y \\ x \mapsto y \end{matrix}$?

Lösning av uppg. 2

bevis med induktion:

I. För $N = 1$ gäller

$$VL = 2 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 1^2 = 2 = 1 + 1^2 = HL,$$ påståendet är alltså sant för $N = 1$.

II. <u>Antag</u> nu att påståendet är sant t.o.m. ett visst p, $1 \le p \in \mathbb{N}$, dvs. att

$$2\sum_{k=1}^{p}(-1)^{p+k}k^2 = p + p^2 .$$

Vi skall visa att påståendet då är sant även för $p+1$, dvs. att

$$2\sum_{k=1}^{p+1}(-1)^{p+1+k}k^2 = (p+1) + (p+1)^2 :$$

<u>bevis</u>: $$VL = 2\sum_{k=1}^{p}(-1)^{p+1+k}k^2 + 2 \cdot (-1)^{p+1+p+1} \cdot (p+1)^2 =$$

$$= -2\sum_{k=1}^{p}(-1)^{p+k}k^2 + 2(p+1)^2 = [\text{enligt antagandet}] = -p - p^2 + 2(p+1)^2 =$$

$$= (p+1)(-p + 2(p+1)) = (p+1)(p+2) = HL$$ vsv

III. Induktionsaxiomet ger nu att påståendet gäller för alla $N \in \mathbb{N}$.

vsv