VECKANS PROBLEM

Lösningsförslag till VP1

Det var ett "om och endast om" påstående (en ekvivalens av två utsagor), det bästa är att visa dem två implikationerna var för sig. Jag skriver xy i.st.f. $x \cdot y$.

$''\Rightarrow''$: Om $x + y = x \oplus y$ gäller, så är $xy = 0$:

bev: $x + y = x \oplus y \Rightarrow x(x + y) = x(x'y + xy') \Rightarrow x + xy = xy' \Rightarrow x = xy' \Rightarrow xy = 0$

(vi utnyttjade $xx = x, xx' = 0,\ x + xy = x$) vsv

$''\Leftarrow''$: Om $xy = 0$ gäller, så är $x + y = x \oplus y$:

bev: $xy = 0 \Rightarrow x + y = x(y + y') + y(x + x') = xy + xy' + yx + yx' = xy' + yx'$

(vi utnyttjade $x + x' = 1,\ x1 = x$) vsv

Ett annat (naja, mycket liknande) bevis får du med identiteten (visa den!)

$$x \oplus y = (x + y)(xy)' :$$

$''\Rightarrow''$: $x + y = x \oplus y \Rightarrow \underbrace{(x + y)(xy)}_{=xy+yx=xy} = \underbrace{(x \oplus y)(xy)}_{=(x+y)(xy)'(xy)=0} \Rightarrow xy = 0$ vsv

$''\Leftarrow''$: $xy = 0 \Rightarrow x \oplus y = (x + y)(xy)' = (x + y)0' = x + y$ vsv

PROBLEM 2 (lösningen skall vara klar tors 16/9)

1) Jag skall visa att för alla $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ gäller att $2^n = 1$, dvs. att för alla $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ utsagan $P(n)$: $2^n = 1$ är sann. Jag gör ett induktionsbevis:

   I. För $n = 0$ gäller $2^0 = 1$, $P(0)$ är alltså sann.

   II. Antag nu att $P(k)$ är sann för alla k t.o.m. något $m_0 \in \mathbb{N}$.

   Då är även $P(m_0 + 1)$ sann, ty $2^{m_0+1} = \dfrac{2^{m_0}2^{m_0}}{2^{m_0-1}} = \dfrac{1 \cdot 1}{1}$ (enl. antagandet).

   III: Induktionsaxiomet ger då att $P(n)$ är sann för alla $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. vsv

   Troligtvis är något fel här, men vad? (Denna uppgift lånade jag från M).

2) På hur många olika sätt kan man dela in 210 E-teknologer i 7 övningsgrupper a, b, c, d, e, f, g om 30 elever?

3) Visa att $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$ (ledn: hur mänga delmängder har en mängd?).