Matematiska Institutionen
CTH & GU

Veckans Problem 5

(Lösningen till del a) skall vara klar mån. 4/12 eller tis. 5/12 beroende på grupp.)

a) Bestäm för alla värden på parametrarna a och b, lösningarna till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 7y - 6z = b \\ 2x + 3y + z = 5 \\ 3x - y + az = 2 \end{cases}$$

b) Låt $\pi_1 : x + 2y - z = 2$ och låt π_2 vara planet genom punkterna $(1, 2, 3)$ och $(3, 2, 1)$ vinkelrätt mot π_1. Finn ekvationen för planet π_3 genom origo, som är vinkelrätt mot π_1 och π_2.

Repetitionsfrågor

Vad är en geometrisk vektor? Hur adderas vektorer? Vad är en bas? Vad är en ON-bas? Vad menas med att en bas bildar ett högersystem? Vad är standardbasen i $\mathbf{R}^3$? Vad avses med koordinaterna för en punkt? Hur definieras skalärprodukt respektive vektorprodukt? Är det meningsfullt att påstå att för en vektor v så gäller att $2v$ är ortogonal mot $v \times u$ för en godtycklig vektor $u \neq 0$? Om det är meningsfullt, är det sant? Låt a och b vara vektorer; uttryck i ett högersystem $a \cdot b$ och $a \times b$ m.h.a. koordinaterna för a och b. Hur beskrivs linjer respektive plan? Hur beräknas avståndet fån en punkt till en linje, repektive till ett plan? Vad är en $m \times n$-matris? Vad är elementära radoperationer? Vad innebär det att två matriser är radekvivalenta? Vad är pivotelement? Vad är rangen för en matris? Vad innebär det att en matris har trappstegsform? Vad är fria respektive bundna variabler? Vad är en radreducerad matris? Vad innebär det att två matriser är lika? Hur multipliceras matriser? Var är transponatet av en matris? Vad är inversen till en matris? Vad innebär Jacobis metod?

Extrauppgifter

- Låt linjerna $\ell_1 : 2x - 4 = y + 1 = z$ och $\ell_2 : x - y + 3z = 8,\ z = 2$ vara givna. Visa att linjerna skär varandra och ange ett plan som innehåller linjerna. Bestäm även vinkeln mellan ℓ_1 och ℓ_2.

  Svar: Ekvationen för planet: $2x - 2y + z = 6$; vinkeln: $\pi/4$.

- Bestäm avståndet mellan punkten $(1, 2, 3)$ och det plan genom origo som innehåller skärningslinjen mellan planen $x - 3y + 5z + 1 = 0$ och $2x - 5y + 7z + 1 = 0$.

  Svar: 1.

- Lös matrisekvationen $AXB + 2AX = C$, där $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, och $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

  Svar: $X = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 0 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$.