MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa
Telefon: Georgios Foufas, 0740-459022
2001–12–21 kl. 08.45–12.45

Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Lös differentialekvationerna

   a) $y' = 3\dfrac{y^2-3y+2}{x^2-3x}, \qquad x>3, \qquad y(4)=\frac{7}{3},$

   b) $y''-3y'-10y = e^{4x}+1.$

   (8p)

2. Låt $P=(2,5,3)$, $S=(4,1,9)$.

   a) S är spegelbilden av P då speglingen sker i ett visst plan π. Bestäm en ekvation för planet π.

   b) Bestäm en punkt R så att linjen genom P och R **ej** skär planet π.

   c) Vad blir spegelbilden av R vid spegling i planet π?

   (6p)

3. Lös ekvationen $z^3+(-3+2i)z^2+(-3-16i)z+5+14i=0$. Rötterna skall anges på enklast möjliga sätt på formen $a+ib,\ a,b\in\mathbf{R}$.
   Ledning: En rot är reell. Kontrollera att $z_1+z_2+z_3=3-2i$. (6p)

4. Låt

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2p & -6 \\ -3 & -5p-3 & 20 \\ 1 & 6 & p-8 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} p-6 \\ 2p+11 \\ p^2-6p+10 \end{pmatrix} \text{ och } \vec{x}=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

   a) Beräkna $\det A$.

   b) Lös för **alla** värden på p, ekvationssystemet $A\vec{x}=b$.

   c) Bestäm en lösning med $x+6y-z=35$.

   (6p)

5. Lös differentialekvationen

   $x^2y''+5xy'+13y=\sin(\ln x)+\ln(x^{13})+4, \quad x>0.$ (6p)

6. Är följande integraler konvergenta eller divergenta?

   a) $\displaystyle\int_2^\infty \frac{\sin(e^{x^2})+e^{\sin(x^2)}}{x^2-1}\,dx,$

   b) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{e^{\sin(x^2)}}{x^2-1}\,dx.$

   (6p)

7. Bevisa satsen om absolutkonvergens för integraler. (6p)

8. Bevisa att om matrisen A är inverterbar, så är inversen entydig. (6p)

VA