Matematiska Institutionen
CHALMERS & GU

Extrauppgift 1

a) Avgör om följande integral är konvergent eller divergent:

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\cos 2x}{x^{1/2}}\,dx.$$

b) Avgör om följande integral är konvergent eller divergent:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x\sqrt{x}}\,dx.$$

Repetitionsfrågor

- Vad är generaliserade integraler? Hur definieras de och hur beräknas de?
- Hur kan du avgöra om en generaliserad integral är konvergent eller divergent?
- För vilka reella tal α konvegerar $\int_0^1 x^{-\alpha}\,dx$ respektive $\int_1^\infty x^{-\alpha}\,dx$?
- Samma som föregående fråga men för $\int_0^c x^{-\alpha}\,dx$ respektive $\int_c^\infty x^{-\alpha}\,dx$, där $c > 0$.
- Bevisa satsen om absolutkonvergens.
- Stämmer påståendet: $\int_a^b f(x)\,dx$ och $\int_a^b g(x)\,dx$ konvergenta $\Leftrightarrow$ $\int_a^b (f(x) + g(x))\,dx$ konvergent? Bevisa eller ge motexempel.

Extrauppgifter

- Beräkna $\int_{\sqrt{3}}^\infty \frac{1}{x^3-x^2+x-1}\,dx$.

Svar: $\frac{1}{2}\ln(\sqrt{3}+1) - \frac{\pi}{12}$.