MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa
Telefon: Anna Nordqvist, 0740-459022
2000–12–15 kl. 08.45–12.45

**Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b**

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Finn för $z^2+2(1-i)z+6i=0$ alla lösningar till ekvationen. Ge lösningarna på formen $a+ib$, $a,b\in\mathbf{R}$. (6p)

2. Lös differentialekvationen $(x^2+x)y'=x-y+1$. (6p)

3. Låt för $a\in\mathbf{R}$, $A$ vara matrisen
$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0\\ 1 & 1 & -1 & 1\\ 1 & a & 1 & 1\\ -1 & 1 & 1 & -1\end{pmatrix}.$$
Beräkna det $A$ och ange för vilka $a$ matrisen är inverterbar. Beräkna också om möjligt inversen $A^{-1}$ för $a=1$. (6p)

4. Lös differentialekvationen $yy''=2(y')^2$. (6p)

5. Finn en allmän lösning till följande system av differentialekvationer:
$$\begin{cases} y'+z'-3y-z=x\\ y''-z'-y-z=x+4\end{cases}.$$
(6p)

6. Låt $a\in\mathbf{R}$ och $\pi_i$, $i=1,\ldots,4$ vara planen i $\mathbf{R}^3$ givna av $\pi_1: x+2y+3z=1$, $\pi_2: x+y+az=1$, $\pi_3: x+ay+z=1$ och $\pi_4: 2x+ay+(a-1)z=2$. Skär dessa plan, för något $a$, varandra längs en rät linje, och vilka $a$ och vilka linjer är i så fall möjliga? (7p)

7. Formulera och bevisa 'Satsen om Absolutkonvergens' för generaliserade integraler. (6p)

8. Om $\alpha$ är en rot av multiplicitet 1 till karakteristiska ekvationen för en linjär homogen differentialekvation med konstanta koefficienter, $P(D)y=0$, så är $e^{\alpha x}$ en partikulärlösning till $P(D)y=0$. Formulera och bevisa en analog sats i fallet att multipliciteten för $\alpha$ är $m>1$. (7p)

VA