Hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa
Telefon: Martin Adiels, 0740-459022
2001–08–31 kl. 14.15–18.15

Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Ekvationen $z^4 - z^3 - 2z^2 + 3z - 3 = 0$ har roten $(1 + i\sqrt{3})/2$. Finn på formen $a + ib$, $a, b \in \mathbf{R}$, alla lösningar till ekvationen. (6p)

2. Givna är planen $\pi_1 :\ x + 2y + z = -1$, $\pi_2 :\ 3x - 2y + z = -1$.

   a) Visa att planen $\pi_1,\ \pi_2$ är vinkelräta mot varandra.

   b) Bestäm ett plan π_3 som innehåller punkten $(1, -2, 0)$ och som är vinkelrätt mot både π_1 och π_2.

   c) Bestäm skärningspunkten mellan planen $\pi_1,\ \pi_2$ och π_3.

   (1+3+2p)

3. Lös differentialekvationen $x^3 y' = 4 \ln x - 2x^2 y$. (6p)

4. För vilka reella tal a är matrisen A inverterbar, där

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & a & 2 & -1 \\ a+2 & 0 & a-1 & 3 \\ 1 & a-1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

   (6p)

5. Lös differentialekvationen $y'' + 2y' + 2y = x \sin x$. (6p)

6. Lös differentialekvationen $y'' - (1 + \frac{1}{x})y' + \frac{1}{x} y = x$. (7p)

7. Visa att om $\alpha = a + ib$ är ett ickereellt nollställe till ett polynom $P(z)$ med *reella* koefficienter, så är också $\overline{\alpha} = a - ib$ nollställe till $P(z)$. (6p)

8. Om α är en rot av multiplicitet 1 till karakteristiska ekvationen för en linjär homogen differentialekvation med konstanta koefficienter, $P(D)y = 0$, så är $e^{\alpha x}$ en partikulärlösning till $P(D)y = 0$. Formulera och bevisa en analog sats i fallet att multipliciteten för α är $m > 1$. (7p)

VA