1. Ekvationen är en binomisk ekvation. Högerledet skrivs på polär form och vi får $z^3 = 8e^{i(\frac{\pi}{2}+2k\pi)}$ där k är ett godtyckligt heltal. Rötterna är då $z_k = 8^{1/3}e^{i(\frac{\pi}{2}+2k\pi)/3}$ för $k = 0, 1, 2$. Vi får att $z_0 = 2e^{i\frac{\pi}{6}} = 2(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}) = \sqrt{3} + i$, $z_1 = 2e^{i(\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{3})} = 2(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}) = -\sqrt{3} + i$, och $z_2 = 2e^{i(\frac{\pi}{6}+\frac{4\pi}{3})} = 2(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}) = -2i$. Rötterna, lösningarna, till ekvationen är alltså $\pm\sqrt{3} + i$ och $-2i$.

---

2. $y' + \dfrac{2}{x}y = \dfrac{x^2+1}{x(x^4+6x^3+11x^2+6x)} = \dfrac{x^2+1}{x^2(x+1)(x+2)(x+3)}$ $(x > 0)$ Multiplicera med $IF = e^{2\ln x} = x^2$, så fås $(x^2y)' = \dfrac{x^2+1}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{-5}{x+2} + \dfrac{5}{x+3}$ Integration ger $x^2y = \ln|x+1| - 5\ln|x+2| + 5\ln|x+3| + C$. Då $x > 0$ fås alltså $y = \dfrac{1}{x^2}\ln\dfrac{(x+1)(x+3)^5}{(x+2)^5} + \dfrac{C}{x^2}$.

---

3. $\displaystyle\int_\pi^\infty \frac{\sin x}{x}\,dx = \lim_{t\to\infty}\int_\pi^t \frac{\sin x}{x}\,dx = [PI] = \lim_{t\to\infty}\left(\left[\frac{-\cos x}{x}\right]_\pi^t - \int_\pi^t \frac{\cos x}{x^2}\,dx\right) = -\frac{1}{\pi} - \int_\pi^\infty \frac{\cos x}{x^2}\,dx$ om denna senare integral är konvergent. Nu gäller $0 \le \left|\dfrac{\cos x}{x^2}\right| \le \dfrac{1}{x^2}$ och $\displaystyle\int_\pi^\infty \frac{1}{x^2}\,dx$ konvergent så enligt jämförelsekriteriet gäller att $\displaystyle\int_\pi^\infty \left|\frac{\cos x}{x^2}\right|dx$ är konvergent. Satsen om absolutkonvergenta integraler ger att också $\displaystyle\int_\pi^\infty \frac{\cos x}{x^2}\,dx$ konvergent. Alltså är $\displaystyle\int_\pi^\infty \frac{\sin x}{x}\,dx$ konvergent.