MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa
Telefon: Robert Bohlin, 0740-459022
2002–04–04 kl. 08.45–12.45

Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Lös differentialekvationerna

   a) $y' = \frac{5}{2}\frac{y^2-4y+3}{x^2-5x}, \qquad x>5, \qquad y(10)=5,$

   b) $y'' - 5y' + 6y = e^{3x} + 1.$ (8p)

2. Låt $a \in \mathbb{R}$,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & a & a+2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   och **a**) Beräkna $\det A$, **b**) För vilka $a \in \mathbb{R}$ är A inverterbar? **c**) Finn A^{-1} för $a = 0$. (3+1+2p)

3. Finn på formen $a+ib,\ a,b \in \mathbb{R}$ alla rötter till ekvationen

$$z^4 - 16z^3 + 96z^2 - 16^2 z + 16^2 - 1 = 0,$$

   då man vet att en rot är $z_1 = 4 - i$. (6p)

4. Avgör och visa huruvida integralen $\int_1^\infty \frac{x\ln x}{(1+x^2)^2}\,dx$ är konvergent eller divergent. (6p)

5. Lös differentialekvationen

$$y'' - (y')^2 + y'(y-1) = 0$$

   med bivillkoren $y(0) = y'(0) = 2$. (6p)

6. Låt $p \in \mathbb{R}$ och finn till $A\vec{x} = b$ den/de lösning/ar som är närmast origo, då $A = \begin{pmatrix} 1 & 2p & p \\ -3 & -5p-3 & -2p-3 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2p-9 \end{pmatrix}$ och $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. (6p)

7. Visa hur differentialekvationer av formen **a**) $y' + yf(x) = y^k g(x),\ k \in \mathbb{R}$ repektive **b**) $y' = f(y/x)$ kan lösas. (6p)

8. Bevisa att om matrisen A är inverterbar, så är inversen entydig. (6p)

VA