

Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Lös differentialekvationerna

a) $xy' + 3y = x^2$

b) $y'' - 3y' - 10y = e^{4x} + 1$

(8p)

2. Finn de $x \in \mathbb{R}$ för vilka A **ej** är inverterbar då

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{pmatrix}.$$

Finn även A^{-1} då $x = -1$.

(3+3p)

3. Finn på formen $a+ib$, $a, b \in \mathbb{R}$ rötterna till ekvationen $z^2 - (1+i)z - (4+7i) = 0$.

(6p)

4. Avgör och visa huruvida integralen $\int_1^\infty \frac{x \ln x}{1+x^2} dx$ är konvergent eller divergent.

(6p)

5. Lös differentialekvationen

$$xy'' = \sqrt{1 + (y')^2}$$

med bivillkoren $y(1) = y'(1) = 0$.

(6p)

6. Påstående: Mittpunkterna på sidorna i en plan fyrhörning bildar hörnen i en parallelogram. **a)** Rita några figurer för att troliggöra att påståendet, eller dess motsats, är sant. **b)** Bevisa det du kommit fram till i **a**).

(2+4p)

7. Gäller att $\det(A + B^T) = \det(A^T + B)$? Vad är fel i följande argument:

$$\det(A + B^T) = \det A + \det B^T = \det A^T + \det B = \det(A^T + B)?$$

(2+4p)

8. Låt $P(D) = \sum_{k=0}^n a_k D^k$ vara en differentialoperator med konstanta koefficienter a_k . Formulera innebörden av att $P(D)$ är en linjär differentialoperator och bevisa att så är fallet.

(6p)