

**Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b**

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Lös differentialekvationerna

- a)  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,
  - b)  $e^y y' = \ln x$ ,
  - c)  $y'' + 2y' = 6e^x$
- (8p)

2. Ekvationen  $z^3 + 3(2 - 3i)z - (7 - 9i) = 0$  har en reell rot. Lös ekvationen. Rötterna skall anges på enklast möjliga sätt på formen  $a + ib$ ,  $a, b \in \mathbf{R}$ . (6p)

3. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 10p & 5p - 10 \\ 3 & 7p - 1 & 5p - 8 \\ 2 & 4p & p - 6 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5p + 15 \\ 3p^2 + 5p + 4 \\ -p(p + 3) \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

a) Lös för **alla** värden på  $p$ , ekvationssystemet  $A\vec{x} = b$ , b) Beräkna  $\det A$ . (6p)

4. Avgör om följande integraler är konvergenta eller divergenta

- a)  $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ ,
  - b)  $\int_1^\infty \frac{x \ln x}{1 + x^3} dx$ .
- (6p)

5. Lös följande system av differentialekvationer

$$\begin{cases} y' - y - z = x \\ z' + 4y + 3z = 2x \end{cases}$$

(6p)

6. Lös differentialekvationen

$$y'' + 2xy' + (1 + x^2)y = (y' + xy)^{1/2}(e^{-x^2/4}/x)$$

(6p)

7. Formulera och bevisa Faktorsatsen för polynom. (6p)

8. Definiera invers matris till en given matris  $A$  och visa att om matrisen  $A$  är inverterbar så är inversen entydig. (6p)