

Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Lös differentialekvationerna

- a) $y' = y^3$,
 - b) $y'' + 2y' = 6e^x$,
 - c) $y''' = y$.
- (8p)

2. Lös ekvationen $z^2 - z + iz - 13i = 0$. Rötterna skall anges på enklast möjliga sätt på formen $a + ib$, $a, b \in \mathbf{R}$.

(6p)

3. Lös ekvationen

$$\begin{vmatrix} 1+x & 3 & 1 & 3 \\ x & 2x & 2 & x \\ x & 2 & 2 & 2 \\ x & x & 0 & x \end{vmatrix} = 0.$$

(6p)

4. a) Beräkna $\int_0^\infty x^2 e^{-x} dx$ eller visa att integralen är divergent,

b) Avgör om integralen $\int_0^\infty \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2 + e^{-x}} dx$ är konvergent eller divergent.
(Motivera nogga!)

(6p)

5. Bestäm för alla värden på $a, b \in \mathbf{R}$ lösningarna till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 7y - 6z = b \\ 2x + 3y + z = 5 \\ 3x - y + az = 2 \end{cases}$$

(6p)

6. Finn lösningen y till differentialekvationen $y'' + (1-x)y' - xy = 2(1-x)e^x$, sådan att $y'(0) = y(0) = 1$.

(6p)

7. Formulera och bevisa Faktorsatsen för polynom.

(6p)

- a) Definiera skalärprodukt,
 - b) Definiera vektorprodukt, (kryssprodukt).
- (6p)