

**Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b**

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Lös differentialekvationerna

- a)  $y' = y^3$ ,
  - b)  $y'' + 2y' = 6e^x$ ,
  - c)  $y''' = y$ .
- (8p)

2. Ange på formen  $a + ib$ ,  $a, b \in \mathbf{R}$ , det komplexa tal  $z_0$  som är mittpunkten mellan de två rötterna till ekvationen  $2z^2 - 8z + 10 - 2iz + 10i = 0$ .

(6p)

3. a) Bestäm för alla värden på parametrarna  $a$  och  $b$  antalet lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = b \\ x + 5y + z = 1 \\ 3x + y + az = 1 \end{cases}$$

b) Beräkna  $\det \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & a \end{pmatrix}$ .

(6p)

4. Finn lösningen  $X$  till matrisekvationen  $AXB = C$ , där  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  
 $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  och  $C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ .

(6p)

5. Finn om möjligt de lösningar  $y$  till  $2xy' + 3y = (2 \cos x)/\sqrt{x}$  för vilka integralen  $\int_0^\infty y(x) dx$  är konvergent, eller visa att integralen är divergent för alla sådana lösningar. (Motivera nogal!)

(6p)

6. Finn lösningen  $y$  till differentialekvationen  $y'' - y - 2xy' + x^2y = xe^{x^2/2}$ , sådan att  $y'(0) = y(0) = 0$ .

(6p)

7. Formulera och bevisa Faktorsatsen för polynom.

(6p)

8. Visa hur differentialekvationer av formen **a)**  $y' + yf(x) = y^k g(x)$ ,  $k \in \mathbf{R}$  respektive **b)**  $y' = f(y/x)$  kan lösas.

(6p)