

Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Finn på formen $a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$, rötterna till ekvationen

$$z^2 + 12i + z + iz^2 - 26 = 13iz \quad (6p)$$

2. Lös differentialekvationerna

a) $xy' - 2y = x^3 \cos x$,
b) $xyy' = 2(y + 1)$,
c) $y' + 2xy + 2x^2 + 1 = 0$ (6p)

3. Beräkna determinanten för koefficientmatrisen samt ange för alla värden på den reella parametern a , antalet lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2ax_1 + ax_2 + ax_3 = 1 \\ (3a + 1)x_1 + (a + 1)x_2 + 2ax_3 = 2 \\ 2ax_1 + ax_2 + x_3 = 1 \end{cases} \quad (7p)$$

4. Avgör om följande integraler är konvergenta eller divergenta

a) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}(1+x^2)} \sin \frac{1}{x} dx$,
b) $\int_2^\infty \frac{2 + \sin^2 x}{x^2 - 4} dx$. (6p)

5. Lös differentialekvationen

$$x^3 y''' + xy' - y = \sin(\ln x) + \ln(x^{-9}) + 27, \quad x > 0. \quad (6p)$$

6. En ljusstråle med riktningsvektorn $(1, 2, 2)$ reflekteras mot planet $3x + 4y + z = 0$. Finn en riktningsvektor för den reflekterade strålen. (6p)

7. Formulera och bevisa Faktorsatsen för polynom. (6p)

8. Vad innebär Jacobis metod för matrisinvertering? Ge ett bevis med dina egna ord. (7p)