

**Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b**

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Finn på formen  $a + ib$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , rötterna till ekvationen

$$z^2 + 12i + z + iz^2 - 26 = 13iz \quad (6p)$$

2. Lös differentialekvationerna

a)  $xy' - 2y = x^3 \cos x$   
b)  $y'' + 2y' = 6e^x$  (6p)

3. Lös ekvationen

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & x^3 & x^4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (6p)$$

4. Ange för alla värden på den reella parametern  $a$ , antalet lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2ax_1 + ax_2 + ax_3 = 1 \\ (3a+1)x_1 + (a+1)x_2 + 2ax_3 = 1 \\ 2ax_1 + ax_2 + x_3 = 1 \end{cases} \quad (7p)$$

5. Lös differentialekvationerna

a)  $x^3y' = 4 \ln x - 2x^2y$   
b)  $y'' + 2y' = x \sin x$  (6p)

6. **a)** Låt  $A$  och  $B$  vara två kvadratiska matriser av samma typ. Visa att 'konjugatregeln'  $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$  gäller då och endast då matriserna  $A$  och  $B$  kommuterar. **b)** Låt  $B$  vara en matris sådan att  $B^2 = 0$ . Visa att matrisen  $I + B$  har invers. (6p)

7. Definiera följande **a)** Linjär DE av första ordningen, **b)** Separabel DE, **c)** Bernoullis DE, **d)** Eulers DE

och hur löses

**e)** Bernoullis DE, **f)** Eulers DE? (6p)

8. Vad innebär Jacobis metod för matrisinvertering? Ge ett bevis med dina egna ord. (7p)