

Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. $P(z)$ är ett polynom av graden 7 med trippelroten 0, dubbelroten -9 och enkelrötterna $1 \pm i\sqrt{5}$. Koefficienten för z^7 är -2 . Skriv $P(z)$ som en produkt av reella faktorer av graden högst 2. (6p)

2. Lös differentialekvationerna

a) $(x + 1)y' + 2y = (x + 1)^3$
b) $y'' + 2y' + y = e^{-x}$ (6p)

3. Lös ekvationen

$$\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & 0 \\ 0 & 0 & x & -1 \\ -2 & 3 & 1 & x-3 \end{vmatrix} = 0$$
 (6p)

4. Ange för alla värden på den reella parametern a , antalet lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2ax_1 + ax_2 + ax_3 = 1 \\ (3a+1)x_1 + (a+1)x_2 + 2ax_3 = 1 \\ 2ax_1 + ax_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$
 (7p)

5. Lös differentialekvationerna

a) $x^3y' = 4 \ln x - 2x^2y$
b) $y'' + 2y' = x \sin x$ (6p)

6. **a)** Låt A och B vara två kvadratiska matriser av samma typ. Visa att 'konjugatregeln' $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ gäller då och endast då matriserna A och B kommuterar. **b)** Låt B vara en matris sådan att $B^2 = 0$. Visa att matrisen $I + B$ har invers. (6p)

7. Definiera följande

a) Linjär DE av första ordningen, **b)** Separabel DE, **c)** Bernoullis DE,
d) Eulers DE
och hur löses
e) Bernoullis DE, **f)** Eulers DE? (6p)

8. Vad innebär Jacobis metod för matrisinvertering? Ge ett bevis med dina egna ord. (7p)