

Övningstentamen 2, Mat. Met. E1, del B, TMA042b, lp II, ht2003

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Lös följande differentialekvationer,

a) $(D^2 + 2D + 1)y = e^{-x}$,

b) $x^2yy' = x^3 \ln x + xy^2$.

(6p)

2. Låt π vara det plan i \mathbf{R}^3 som innehåller punkterna $P_1 = (1, 1, 0)$, $P_2 = (-1, 0, 1)$, $P_3 = (0, -2, 1)$. Finn ekvationen för det plan som är parallellt med π och vars avstånd till punkten $Q = (1, 1, -6)$ är lika stort som avståndet från π till Q .

(6p)

3. Lös för $x > 0$ differentialekvationen

$$x^3y''' + 6x^2y'' + 11xy' + 5y = 0.$$

(7p)

4. Låt A och B vara matriser. Avgör med ja- eller nej-svar vilka av följande påståenden som är korrekta. Ingen motivering behövs. (OBS: Varje rätt svar ger ett halvt poäng och varje felaktigt svar minus ett halvt poäng; alltså kan det löna sig att bara svara på en uppgift om man är (åtminstone någorlunda) säker. Totalt ger uppgiften mellan 0 och sex poäng, även om man med ovanstående poängberäkningsmall skulle få ett negativt resultat, d v s om negativt resultat får man alltså 0 poäng på uppgiften.)

1. Om AB är definierad så är BA definierad

2. Om AB är definierad och är kvadratisk så är BA definierad

3. Om A^2 definierad så måste A vara kvadratisk

4. Om A har en rad med nollor så har AB en rad med nollor

5. Om A har en kolonn med nollor så har AB en kolonn med nollor

6. Om $AB = 0$ så är $A = 0$ eller $B = 0$

7. $(AB)^2 = A^2B^2$ gäller alltid

8. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ gäller alltid

9. Om $AJ = A$ så är J en identitetsmatris

10. Om $A^2 = A$ så gäller att $A = 0$ eller $A = I$

11. Om A är en $m \times n$ -matris med $m > n$ så har systemet $Ax = 0$ oändligt många lösningar

12. Om A är en $m \times n$ -matris med $m < n$ så har systemet $Ax = b$ en lösning för varje $m \times 1$ -kolonnmatris b

(6p)