Matematiska Institutionen
CHALMERS & GU

Extrauppgift 5

a) Bestäm för alla värden på parametrarna a och b, lösningarna till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 7y - 6z = b \\ 2x + 3y + z = 5 \\ 3x - y + az = 2 \end{cases}$$

b) Låt $\pi_1 : x+2y-z = 2$ och låt π_2 vara planet genom punkterna $(1,2,3)$ och $(3,2,1)$ vinkelrätt mot π_1. Finn ekvationen för planet π_3 genom origo, som är vinkelrätt mot π_1 och π_2.

Repetitionsfrågor

- Vad är en geometrisk vektor?
- Hur adderas vektorer?
- Vad är en bas? Vad är en ON-bas?
- Vad menas med att en bas bildar ett högersystem?
- Vad är standardbasen i $\mathbf{R}^3$?
- Vad avses med koordinaterna för en punkt?
- Hur definieras skalärprodukt respektive vektorprodukt?
- Är det meningsfullt att påstå att för en vektor v så gäller att $2v$ är ortogonal mot $v \times u$ för en godtycklig vektor $u \neq 0$?
- Om det är meningsfullt, är det sant?
- Låt a och b vara vektorer; uttryck i ett högersystem $a \cdot b$ och $a \times b$ m.h.a. koordinaterna för a och b.
- Hur beskrivs linjer respektive plan?
- Hur beräknas avståndet från en punkt till en linje, repektive till ett plan?
- Vad är en $m \times n$-matris?
- Vad är elementära radoperationer?
- Vad innebär det att två matriser är radekvivalenta?
- Vad är pivotelement?
- Vad är rangen för en matris?
- Vad innebär det att en matris har trappstegsform?
- Vad är fria respektive bundna variabler?
- Vad är en radreducerad matris?
- Vad innebär det att två matriser är lika?
- Hur multipliceras matriser?
- Vad är transponatet av en matris?
- Vad är inversen till en matris?
- Vad innebär Jacobis metod?

Extrauppgifter

- Låt linjerna $\ell_1 : 2x - 4 = y + 1 = z$ och $\ell_2 : x - y + 3z = 8,\ z = 2$ vara givna. Visa att linjerna skär varandra och ange ett plan som innehåller linjerna. Bestäm även vinkeln mellan ℓ_1 och ℓ_2.

  Svar: Ekvationen för planet: $2x - 2y + z = 6$; vinkeln: $\pi/4$.

- Bestäm avståndet mellan punkten $(1,2,3)$ och det plan genom origo som innehåller skärningslinjen mellan planen $x - 3y + 5z + 1 = 0$ och $2x - 5y + 7z + 1 = 0$.

  Svar: 1.

- Lös $AXB + 2AX = C$, där $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, och $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

  Svar: $X = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 0 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$.