CTH&GU matematiska institutionen

<u>Tentamen i matematiska metoder E1 (TMA042), del B, 1996-12-20, kl 8.45-12.45</u>

<u>Hjälpmedel:</u> Inga, ej heller räknedosa

<u>Telefon:</u> Patrik Lundström, ankn. 5325

<u>OBS:</u> Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.
Ange namn och personnummer på <u>varje</u> inlämnat blad du vill ha rättat.

===

1. Beräkna arean av det område i xy-planet som begränsas av x-axeln, linjen $x = \ln\left(\sqrt{3}\right)$ och kurvan $y = \dfrac{2x + \ln 3}{\cosh x}$. (5p)

2. Lös differentialekvationen $y''' + y'' + 4y' + 4y = 2x + 3\cos(x)$. (7p)

3. Låt $\alpha = 1 + j$ och $P(z) = z^3 + (2 + 3j)z^2 + 8 - 6j$.

a) Visa att $P(\alpha) = 0$ och lös ekvationen $P(z) = 0$. (6p)

b) Beräkna $\alpha^{\overline{\alpha}}$. [Svaren i a) och b) skall ges på formen $a + jb$] (3p)

4. Lös för $x > 0$ differentialekvationen $xy' + 2y = \dfrac{x^2 + 1}{x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x}$. (7p)

5. Bestäm den lösning till differentialekvationen
$\left(2xy + x^2\right)y' = 3y^2 + xy + x^2$ som går genom punkten $(1,0)$. (6p)

6. Låt $f(x) = e^{-2|x|}$.

a) Visa att $f(x)$ är en frekvensfunktion. (2p)

b) Låt X vara en stokastisk variabel med frekvensfunktion $f(x)$.
Bestäm fördelningsfunktionen, väntevärdet och variansen till X. (5p)

7. Beskriv Newtons iterationsmetod och ange som exempel iterationsschemat för beräkning av roten till $f(x) = x^2 - 2 = 0$ med startvärdet $x_1 = 1$
(det ger en känd rekursionsformel för beräkning av $\sqrt{2}$!). (5p)

8. Låt $P(z)$ vara ett polynom med reella koefficienter och α ett icke reellt tal. Visa att α är rot till $P(z)$ om och endast om $\overline{\alpha}$ är rot till $P(z)$. (4p)

BB