Matematiska institutionen, CTH/GU

Tentamen i Matematiska metoder E1 (TMA042), del B, 1998-12-18, kl 8.45-12.45
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon:
OBS: Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.
Ange namn och personnummer på *varje* inlämnat blad du vill ha rättat.

---

1. Lös ekvationen $9je^{2z} + 3e^z = 1 + j$. Svaren skall ges på formen $z = a + jb$. (6 p)

2. Lös differentialekvationen $y' = e^{2x} - e^x y$, $y(0) = 1$. (6 p)

3. I ett ökenliknande område är sannolikheten att hitta vatten vid borrning 10%. De områden där det finns vatten kan med hjälp av fjärranalys (satellitbilder) detekteras med sannolikheten 90%. Tyvärr ger fjärranalysen ibland även utslag för torra områden. Man bedömer att sannolikheten för detta är 30%. Bestäm sannolikheten att hitta vatten i ett område som pekats ut av fjärranalysen. (5 p)

4. Vi har den linjära funktionen $f(x) = ax + b$.
   a) När är problemet att beräkna $f(x)$ för givet x illa konditionerat? (3 p)
   b) Visa att om vi använder flyttalsaritmetik enligt IEEE-standard för att räkna fram $f(x)$ enligt ovan så får vi värdet av en störd funktion $\hat{f}(x) = \hat{a}x + \hat{b}$, och ge en begränsning av felen i $\hat{a}$ och $\hat{b}$. (3 p)

5. Lös differentialekvationen $y^{(4)} + 2y^{(3)} + 7y'' + 6y' + 12y = xe^{-x}$.
   (Ledning: Homogenlösningen innehåller en ren sinussvängning.) (7 p)

6. Låt $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ae^{-x}\sin^2 x, & x \geq 0. \end{cases}$ Bestäm konstanten a så att f blir en frekvensfunktion (sannolikhetstäthet). Bestäm dessutom väntevärdet av en stokastisk variabel med denna frekvensfunktion. (7 p)

7. a) Definiera binomialkoefficienten $\binom{m}{n}$ och ge en kombinatorisk tolkning av den. (2 p)
   b) Visa hur man kan lösa en differentialekvation av formen $y'' + f(y, y') = 0$. (3 p)
   c) Visa hur man kan lösa en differentialekvation av formen $y' = f(y/x)$. (3 p)

8. Formulera och bevisa en sats om konjugerade rötter till polynomekvationer. (5 p)

/PA