MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa
Telefon: Greger Cronquist, 0740-459022
2000–01–14 kl. 08.45–12.45

Tentamen, Mat. Met. E1, del B, TMA042b

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges.
OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Betrakta för $z \in \mathbf{C}$ ekvationen $z^2 - (3-2i)z + 5 - 5i = 0$.

   a) Finn på formen $a + ib$, $a, b \in \mathbf{R}$, rötterna α_1, α_2 till ekvationen.

   b) Finn alla $w \in \mathbf{C}$ sådana att $e^w = \alpha_1 \alpha_2$.

   (Obs: Om man inte gjort del a) så går det ändå att lösa del b).) (5+3p)

2. Lös differentialekvationen $y'' - 5y' + 6y = 2xe^{2x}$. (6p)

3. Beräkna integralen $\int_0^1 \frac{5x^3+11x^2+10x+6}{x^4+3x^3+3x^2+3x+2}\,dx$. (6p)

4. Lös differentialekvationen $xy'' + y' + \frac{1}{x}y = \sin(\ln x)$. (6p)

5. Man kan visa att integralen $\int_\pi^\infty |\frac{\sin x}{x}|\,dx$ ej är konvergent, dvs att integralen

$$\int_\pi^\infty \frac{\sin x}{x}\,dx$$

   ej är absolutkonvergent. Däremot konvergerar denna senare integral. Visa det, dvs visa att $\int_\pi^\infty \frac{\sin x}{x}\,dx$ är konvergent. (Motivera noga!) (6p)

6. Lös differentialekvationen $x\cos(\ln x)y' = 2x(1-\sin^2(\ln x))^2\sqrt{y} - 4\sin(\ln x)y$. (6p)

7. Visa att om $\alpha = a + ib$ är ett ickereellt nollställe till ett polynom $P(z)$ med *reella* koefficienter, så är också $\overline{\alpha} = a - ib$ nollställe till $P(z)$. (6p)

8. Formulera och bevisa 'Satsen om Absolutkonvergens' för generaliserade integraler. (6p)

VA