Matematiska Institutionen
CTH & GU

Veckans Problem

Mat. Met. E del B, TMA042b, lp II, ht1999

Följande (som är i allt väsentligt hämtat från Bernhards instruktioner för del A) kan vara bra att tänka på i samband med 'Veckans Problem':

- Du lär dig väldigt mycket på att prata med andra, att behöva förklara dina idéer och lösningar; vad du gjorde, vad du menade. Lös uppgifter i 'Veckans Problem' hemma, skriv ner dina lösningar på ett bra sätt och ta med dem till räknestugan. Där skall du 'försvara' dem i smågrupp (högst 4 pers). Där ska du också kritiskt titta på de andras lösningar, diskutera dem och allt det kringliggande: Är lösningen korrekt? Fullständig? Bra nerskriven? Omständlig? Är alla använda begrepp/satser klara?
- För dessa smågruppsdiskussioner är de sista 20 minuterna avsatta i torsdagens räknestuga.
- Tänk på att du måste träna på att formulera dig, skriva ner en lösning på ett acceptabelt sätt.
- Uppgifterna strävar efter att vara av i huvudsak två typer: uppgifter av tenta-karaktär och uppgifter av det slag som belyser ett problem eller problemkomplex som man någon gång ska ha tänkt igenom för att kunna lösa uppgifter (bl.a. tenta-uppgifter) på ett insiktsfullt sätt. Utnyttja denna chans att öva på uppgifter relevanta i tentasammanhang.
- Övningsledaren skall fungera som 'diskussionsledare' och hjälpa till då gruppen inte kan enas eller inte kommer fram till något. Låt honom/henne titta på dina lösningar, ('skulle det här duga?').
- Samtidigt med 'Veckans Problem' delas det ibland även ut 'repetionsfrågor'. Ta gärna upp dessa också i diskussionerna; de liknar teorifrågor på tentan och frågorna på 'muntan' efter hela ettans matte. Ibland förekommer också extrauppgifter för att belysa något speciellt moment.
- Lösningar (ev. med kommentarer och nya frågor) delas ut tidigast i veckan efter den aktuella torsdagsövningen.

Veckans Problem 1

(Lösningen skall vara klar tors. 4/11)

Vi fann som del i en på föreläsningarna demonstrerad uppgift, problem 6.24 ℓ, följande obestämda integral: $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}\,dx = \frac{1}{2}\arcsin x^2 + C$, där C är en godtycklig konstant. Vi gjorde detta genom att använda substitutionen $t = x^2$. Detta är i det aktuella fallet det enklaste. Ibland kan det dock som vi nämnt vara av värde att 'substituera bort hela rotuttrycket'. Genomför detta för integralen ovan. Den så funna primitiva funktionen 'ser inte likadan ut' som den tidigare funna, dvs $\frac{1}{2}\arcsin x^2$. Vi vet dock att dessa funna funktioner bara skiljer sig åt med en konstant. Visa det (som ett test av att du genomfört variabelsubstitutionen med rotuttrycket på ett riktigt vis). Finn även konstanten.

Repetitionsfrågor

- Hur definieras en primitiv funktion?
- Vad är sambandet mellan area och primitiv funktion? Bevisa påståendena.
- Hur definieras den obestämda integralen till en funktion? Är den en funktion?
- Vad är de primitiva funktionerna till de elementära funktionerna?

vgv

- Vad är villkoren på intervall, funktion och integrationsändpunkter i den bestämda integralen $\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b$. Är den en funktion? Visa att den är oberoende av vilken primitiv funktion F till f man väljer.
- Hur lyder formlerna för variabelsubstitution och partiell integration för en bestämd integral och vad är villkoren på de ingående storheterna?
- Är summan av två jämna funktioner jämn? Summan av en udda och en jämn? Om f är jämn, är då $g(x) = -f(-x)$ udda, jämn eller ingetdera?

Extrauppgifter

- Låt $P(x)$ vara ett polynom av grad n. Visa att $\int P(x)e^x\,dx = (P(x) - P'(x) + \ldots + (-1)^n P^{(n)}(x))e^x + C$ där C är en godtycklig konstant.
- Beräkna den effektiva strömstyrkan $\imath_1^2$ definierad av $\imath_1^2 \equiv \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \imath(t)^2\,dt$ för en växelström $\imath(t) = \imath_0 \cos\omega t$ med vinkelfrekvens ω. Svar: $\imath_0/\sqrt{2}$.
- Beräkna $\int_{-\pi}^{\pi} \cos nx \sin kx\,dx$ för alla heltal n, k. Svar: 0.
- Om en udda funktion f har en invers f^{-1}, är denna då udda, jämn eller ingetdera. Bevisa ditt påstående.