Datorlaborationer i matematiska metoder E1, del C (TMA042), 2001

1. Laborationerna är ej obligatoriska.
2. Laborationerna genomförs individuellt. Grupparbete godkänns ej.
3. Laborationerna består av 4 uppgifter. Förtjänstfullt utförda lösningar kan ge bonuspoäng (en per uppgift) vid tentamina i matem. met., del C, 5/3, 24/8 och januari 2002.
4. Lösningarna skall göras angiven vecka och lämnas till mig angiven tid.
5. Skriv namn och personnummer längst upp på varje inlämnat blad, blad utan namn eller utan personnummer rättas ej. Lösningarna lämnas tillbaka med del C-tentan.

Syfte

Att öka förståelsen för kursen olika moment genom att lära dig att utnyttja datorn för att

- se kurvor och ytor i planet och i rummet, gradientfältet, nivåkurvor
- se hur bra Taylorpolynomet approximerar funktioner (av en eller två variabler)
- beräkna kurvintegral, Jacobi (Hesse) matris och –determinant, stationära punkter samt deras karaktär.

Upgift 3 (Taylorutveckling)

[skall göras v 6, lämnas må, 26/2, kl 15.00 till mig]

Låt $f(x) = 3\sin(2x) - 2\cos(3x)$ och P_n = Maclaurinpolynomet till f av grad n.

a) Rita f och P_n för $n = 3,6,9,12$ i samma plot för $-3 \le x \le 2$.

b) Pröva dig fram till ett n så att P_n är en bra approximation av f för $|x| \le 4$.

c) Pröva dig fram till det största a så att P_{69} är en bra approximation för f för $|x| \le a$.

d) Betrakta nu $g(x) = \dfrac{f(x)}{1+x^2}$; Maclaurinapproximationen för g funkar bara för $|x| < 1$. Visa det och förklara varför det är så.

e) Låt $f(x,y) = y\ln(1 + x^2 - y)$. Beräkna med *maple* Maclaurinpolynomet $P_6(x,y)$ av grad 6 till $f(x,y)$ och rita funktionsytorna $z = f(x,y)$ och $z = P_6(x,y)$ i samma plot.

Uppgift 4 (stationära punkter, funktionalmatris, -determinant, kvadratisk form)

[skall göras v 7, lämnas må 26/2 till mig, ihophäftad med uppgift 3]

Bestäm de stationära punkterna till $f(x,y) = xy\dfrac{36 - 3xy}{2(x+y)}$

och avgör deras karaktär (jmf vp3 (sid 6), extrauppgift 2) .

MATLAB: Rita **3a)** med MATLAB.

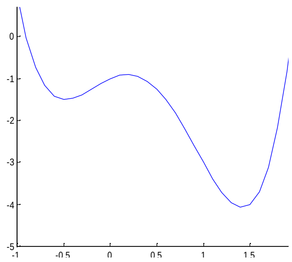
Anvisningar, anmärkningar, ledningar:

Till uppgifterna

Uppg3: Taylorutvecklingen till $f(x)$ kring a med n termer (resttermen på ordoform) får du med >*taylor*($f(x)$, $x=a,n+1$), n är den globala variabeln *Order* för serieutvecklingar (default är $n = 6$). Läs >?*Order* i *maple* för att förstå hur *maple* räknar. Taylorpolynomet får du med *convert*…Se ex3.
a): rita de olika polynomen med olika färger tillsammans med f i en figur!
b),c),d) skall du lösa med *maples* hjälp; d): skriv ut Maclaurinpolynomet till g med ett stort n, tänk sedan.... Glöm ej att svara (minsta $n = ..$, största $a = \dots$ osv)! Kommentera!
e): för en funktion f av flera variabler får du Taylorpolynomet kring (a,b,c..) med resttermen av ordning n med > *mtaylor*($f(x,y,z,..)$,[$x=a,y=b,z=c,..$],$n+1$), default är $a=b=c=...=0$, $n=6$. Detta "*multivariate taylorpolynom*" måste du ladda in med >*readlib*(*mtaylor*). För att se skillnaden mellan ytorna får du experimentera ett tag (tänk med, f.f.a. $D_f = ??$), rita i olika färger (med *display*). Se ex3.
Anm: här är det väldigt lämpligt att rita "animerat", se mitt ex. (gjort med *insequence* = *true*); läs även online-hjälpen om *animate* och *display*. I MATLAB finns *movie*.

MATLAB: MATLAB-kommandon skall lämnas in! Skriv in Taylorpolynomen från *maple*.
Polynomet $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots a_1 x + a_0$ skrives in enklast med *polyval*(p, x), där $p = [a_n, a_{n-1}, \cdots, a_1, a_0]$.
Ex: polynomet $x^4 - 3x^3 - 2x^2 + x - 1$ skrives och ritas så här

```
x=-1:0.1:2;p=[1,-3,-2,1,-1];y=polyval(p,x);
plot(x,y)
```



Uppg4: Med *linalg*-paketet kan du i *maple* beräkna funktionalmatrisen (= *Jacobi*matrisen) av $IF = (F_1, F_2)$ med >*jacobian*([$F_1(x,y)$,$F_2(x,y)$],[x,y]) (och därmed funktionaldeterminanten).
Bokens kriterium (karaktär hos stationära punkter) testar du så här med *maple*:

Sätt $H(a,b) = \begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f''_{xx}(a,b) & f''_{xy}(a,b) \\ f''_{yx}(a,b) & f''_{yy}(a,b) \end{bmatrix}$ (= "*Hesse*matrisen till f i (a,b)").

Då gäller för den kvadratiska formen $Q(h,k) = Ah^2 + 2Bhk + Ck^2 = [h,k]\begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix}$:

$Q(h,k)$ är positivt definit/ negativt definit/ indefinit $\Leftrightarrow$ $H(a,b)$ är positivt definit/ negativt definit/ indefinit $\Leftrightarrow$ egenvärdena till $H(a,b)$ positiva/ negativa/ ett positivt,ett negativt $\Leftrightarrow$ $det(H(a,b)) > 0, A > 0$ / $det(H(a,b)) > 0, A < 0$ / $det(H(a,b)) < 0$ (se vp3, sid 6). Beräkna $H(a,b)$ med >*hessian*($f(x,y)$,[x,y]) och avgör sedan (i punkten i fråga) dess typ, se ex4.
Detta funkar helt analogt för funktioner av flera variabler!

Lycka till !

Bernhard, februari 2001