

VECKANS PROBLEM

- Försök först att lösa dessa uppgifter hemma, utnyttja må/ti räknestugorna för att diskutera uppgifterna, men även föreläsningarna, repetitionsfrågorna (de liknar teorifrågorna på tentan och frågorna på "muntan" efter hela ettans matte) och extraövningarna. Skriv ner dina lösningar sedan på ett bra sätt och ta med dem till angiven räknestuga. Där skall du "försvara" dem i smågrupp (högst 4), där skall du också kritiskt titta på andras lösningar, diskutera dem och allt kringliggande: är lösningen korrekt? fullständig? bra nerskriven? omständlig? är alla använda begrepp/satser klara?
Det viktigaste är inte att du har en korrekt lösning utan att du har jobbat bra med uppgiften!
- För denna smågruppsdiskussion är de sista 20 minuterna i angiven räknestuga avsatta. Övningsledaren skall fungera som "diskussionsledare" och hjälpa då gruppen ej kan komma fram till något. Låt henne/honom titta på dina lösningar ("skulle det här duga?").
- Tänk på att du måsteträna att formulera dig, att skriva ner en lösning på ett acceptabelt sätt. Uppgifterna liknar tenta-uppgifter.
- Lösningar (ev. med kommentarer och nya frågor) delas ut tidigast veckan efter... .

PROBLEM 1 (lösningen skall vara klar on/to vecka5)

- a) Given är kurvan $C : r = r(t) = (t, t^2 - 4, t), -2 \xrightarrow{t} 2$.
Beräkna det arbete som kraftfältet $\mathbf{F} = (xy + z, \sin x + \sinh y + \cos z, xyz)$ uträttar då en partikel förflyttas längs kurvan C .
Beräkna även längden av kurvan C .
- b) Är funktionen $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 y)}{xy^2}, & \text{då } xy \neq 0 \\ 0, & \text{då } xy = 0 \end{cases}$
kontinuerlig, resp. partiellt deriverbar, resp. differentierbar i origo?

REPETITIONSFRÅGOR matem.metoder del C

Moment 1: mängder och funktioner, gränsvärde, differentialkalkyl

1. Vad är en öppen/sluten/begränsad/kompakt mängd? Vad är en inre punkt? En randpunkt?
2. Vad är en vektorvärd funktion av n reella variabler (fält)?
Hur definieras gränsvärde för fält? Kontinuitet? Vad är så bra med kontinuitet?
3. Hur definieras partiella derivator för reellvärda funktioner? Riktningderivata?
Differentierbarhet? Differential? Tangentplan? Klassen C^m ?
4. Kan du visa att C^1 -funktioner är differentierbara? Att en differentierbar funktion är kontinuerlig? Kedjeregeln? För vilka funktioner f gäller $f''_{xy} = f''_{yx}$?
5. Vad är gradienten av en funktion? Vad ger den? Bevis?

Moment 2: kurvor, kurvintegral (arbete, längd)

1. Vad är en (orienterad) kurva (av klassen C^m)? Tangentvektorn? En nivåkurva?
2. Vad är en kurvintegral? Arbete? Kan du motivera dina svar?
3. Vad är båglängdselementet? Längden av en kurva? Kan du motivera dina svar?

EXTRAUPPGIFTER

1. Låt $M \subseteq \mathbb{R}^n$. Vi har definierat: M är *öppen* om varje punkt i M är inre punkt i M och M är *sluten* om $\mathbb{R}^n \setminus M$ är öppen. Visa:
 M är sluten $\Leftrightarrow \partial M \subseteq M$ (kursbokens definition).
2. Domkyrkan i Ulm har ett 161m högt torn med en spiraltrappa som man kan gå upp i. Hur lång tid tar det dig att nå utsiktsplattformen på 150m höjd, om du startar i punkten $(\frac{1}{\sqrt{3}}, 0, 0)$ och går 1km/h längs gångrinjen $r(t) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos t, \sin t, \sqrt{3}t)$?
3. Beräkna längden av parabelbågen $y = x^2$ mellan (1,1) och (2,4).

svar:

2. 18 minuter
3. $\sqrt{17} - \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{4} \ln((\sqrt{17} - 4)(\sqrt{5} + 2))$

