VECKANS PROBLEM

PROBLEM 3 (lösningen skall vara klar v7)

a) Låt $u = \arctan(xy)$, $v = \dfrac{x}{y}$ för $(x,y) \in D = \{(x,y) : x > 0, y > 0\}$ (vp2c).

Visa att tillordningen $(x,y) \mapsto (u,v)$ är lokalt bijektiv i varje punkt i D.

b) Bestäm alla stationära punkter till $f(x,y) = \ln|2x-1| + \ln|y| + xy - x$ och deras karaktär.

c) Bestäm värdemängden till funktionen $f(x,y) = \dfrac{1+2x+2y}{1+x^2+y^2}$, $D_f = \mathbb{R}^2$.

"Riktiga" vp3 med lösningar till vp2, repetitionsfrågor och extrauppgifter delas ut nästa vecka.

Här får du uppgifter från januari-tentan som du redan kan räkna:

1. Ange en ekvation för tangentplanet till nivåytan $\cos^4(x) + \cos^4(y) + \cos^4(z) = \frac{11}{8}$ i punkten $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$.

2. Låt $D = \{(x,y) : x > 0, y > 0\}$, $u = \sinh(x)\sinh(y)$ och $v = \frac{\sinh(x)}{\sinh(y)}$.
Visa att u, v duger som nya variabler i D och lös problemet
$\tanh(x)z'_x - \tanh(y)z'_y = \sinh^3(x)\sinh(y)$, $z(x,x) = \sinh^4(x)$, $(x,y) \in D$.

4. Vilka värden antar $f(x,y) = xy$ på cirkelskivan $x^2 + y^2 \le 1$?

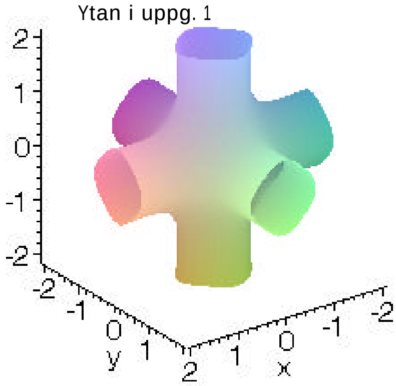
5. Låt $f(x,y) = e^{x-y}\ln(1-xy)$.

a) Motivera varför f är C^4 i cirkelskivan $x^2 + y^2 < 1$.
b) Taylorutveckla f kring origo t.o.m. ordningen 4.
c) Visa att f har i origo en stationär punkt och bestäm des karaktär.

6. Betrakta kurvan $C : \mathbf{r}(t) = (\cos^4 t, \sin^4 t)$, $0 \xrightarrow{t} \frac{\pi}{2}$.

b) Beräkna längden av C.

Ytan i uppg. 1



Svaren får du senare, försök först att lösa uppgifterna.