

Övningstentamen i matematiska metoder E1 (TMA042), del C, 2003-02-15
kl 11.15-13.15, i salarna ML 11-16

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa

Telefon: Bernhard Behrens, 0702 - 35 58 10

OBS: Fyll i allt på skrivningsomslaget.

Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

=====

1. Låt $F(x, y, z) = x^4 + y^2 - z^3$.

a) Bestäm en ekvation för tangentplanet till nivåytan $F(x, y, z) = 1$ i punkten $(1, 1, 1)$.

(3p)

b) Beräkna $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{F(\mathbf{r}(t))}{t^{12}}$ då $\mathbf{r}(t) = (t^2 \sin(t), \sqrt{1+3t^6}, \sqrt{1+2t^6})$.

(4p)

2. Låt $C : \mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = (\sin(2t), 2 \cosh(t), \cos(2t)), 0 \leq t \rightarrow \infty$.

Till vilken punkt kommer du om du går 2 längdenheter längs kurvan C från punkten $(0, 2, 1)$?

(6p)

3. Låt $f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-y)^3}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$.

Visa att f är kontinuerlig i $(0,0)$ (1p), partiellt deriverbar i $(0,0)$ (2p), men inte differentierbar i $(0,0)$ (4p).

(7p)

4. Låt $D \subseteq \mathbb{R}^2$ vara bågvis sammanhängande och $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ C^1 i D .

Visa att om $\text{grad}f(a, b) = (0, 0)$ i varje punkt $(a, b) \in D$ så är f konstant i D .

(5p)

BB

svar: 1a) $4x + 2y - 3z = 3$ **b)** $-\frac{1}{2}$ **2)** $(\sin(\ln(3 + 2\sqrt{2})), 2\sqrt{2}, \cos(\ln(3 + 2\sqrt{2})))$

Övningstentamen i matematiska metoder E1 (TMA042), del C, 2004-02-14
kl. 11.15-13.15 (V)

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa

Telefon: Rolf Liljendahl, tel. 0740 – 45 90 22

OBS: Fyll i allt på skrivningsomslaget.

Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

=====

1. Låt $f(x, y) = \cosh(x - y^2) + \sin(x^2 - y)$.
 - a) Bestäm en normalvektor till ytan $z = f(x, y)$ i punkten $(1, 1, 1)$. (3p)
 - b) Bestäm en ekvation för normalen till nivåkurvan $f(x, y) = 1$ i punkten $(1, 1)$. (3p)

2. Låt $C : r = r(t) = (3t \cos t, 3t \sin t, (2t)^{\frac{3}{2}})$, $0 \xrightarrow{t} 2$.
 - a) Beräkna kurvintegralen $\int_C x dx + y dy + z dz$. (4p)
 - b) Beräkna längden av C . (3p)

3. Låt $f(0) = 0$ och $f(x) = \frac{\sin(x^2)}{x^2 \sin(x)} + \frac{2(\cos(x) - 1)}{x^3}$ för $x \neq 0$.
 Visa att f är deriverbar i 0. (6p)

4. a) Definiera "randpunkt till en mängd D ", $D \subset \mathbb{R}^n$. (2p)
 b) Visa att differentierbara funktioner $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ är kontinuerliga. (4p)

BB

svar: 1a) $(2, -1, -1)$ **b)** $x + 2y = 3$ **2a)** 50 **b)** 12