

Matematiska metoder E1, del D, VT 2001

Veckans problem 1

(Lösningen skall vara klar on / fr i lv 4.)

1. Beräkna volymen av kroppen som ges av $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z$, $x^2 + y^2 \leq z^2$. Hur ser kroppen ut?

2. Givet är ytan $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ och kurvan $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$, $t \in [0, 2\pi]$.

(a) Ge en geometrisk beskrivning av ytan och kurvan.

(b) Visa att kurvan ligger i ytan.

(c) Beräkna kurvans krökning i punkten $(-\pi, 0, \pi)$. (Om du hinner kan du också beräkna kurvans torsion i samma punkt; om inte, repetera formeln för torsion.)

3. Den homogena ytan S ges av $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 \leq 2x$. Finn ytans tyngdpunkt.

4. Beräkna flödet av (x, y, z) ut genom

(a) den slutna konen (inkl. basyta) $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$, $-1 \leq z \leq 0$;

(b) konens mantelyta;

(c) konens basyta.