TENTOR MATEMATIK FÖR E1 DEL D

96-08-26

2. Funktionen f har perioden 2 och $f(t)=1-t^2$ för $|t|<1$.
Utveckla f i komplex Fourierserie och beräkna med hjälp härav
$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}$, $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k^2}$ och $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^4}$. (7p)

3. Givet är kraftfältet

$$\mathbb{F}=\left(y\cos\left(x^2+y^2+z^4\right)+ze^{x^2+y^2+z^2},\,-x\cos\left(x^2+y^2+z^4\right),\,1-xe^{x^2+y^2+z^2}\right).$$

a) Visa att $\mathbb{F}$ har en vektorpotential (utan att beräkna en sådan). (2p)

b) Bestäm en vektorpotential $\left(0,\,p(x,y,z),\,q(x,y,z)\right)$ till $\mathbb{F}$. (4p)

c) Då kurvan $z=\arccos x,\ 0\le x\le 1,$ roterar kring z-axeln uppstår en rotationsyta S; beräkna flödet av $\mathbb{F}$ uppåt genom S
c₁) med Stokes' sats **c₂)** utan Stokes' sats (3p var) . (6p)

96-05-18

2. Låt $g(t)=e-e^{|t-1|}$.

a) Skriv $g(t)$ m.h.a. $\theta(t)$ (utan belopp) och bestäm $g\ (t)$ och $g\ \ (t)$.

b) Funktionen $f(t)$ har perioden 2 och $f(t)=g(t)$ för $0<t<2$. (2p)
Utveckla $f(t)$ i Fourierserie på amplitudfasvinkelform
och beräkna $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e-(-1)^k}{1+k^2\pi^2}$. (7p)

3. Låt $\mathbb{F}=\left(x+y+xz^2,\,x+y+1,\,x^2z+1\right)$.

a) Visa att $\mathbb{F}$ är ett gradientfält (utan att beräkna en potential). (2p)

b) Bestäm en potential till $\mathbb{F}$. (3p)

c) Låt l: $\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=t\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix}$. I vilka punkter kan en partikel hamna då den förflyttas från origo längs l och kraftfältet uträttar arbetet 8 ? (4p)

d) Beräkna flödet av $\mathbb{F}$ upp genom ytan $x^2+y^2+z^2=2,\ z>0$. (6p)

95-09-04

3. Funktionen f är udda, har perioden 4 och för $0<t<2$ är
$f(t)=t-2(t-1)\theta(t-1)$.

a) Rita kurvan $y=f(t)$ för $-5\le t\le 5$. (1p)

b) Utveckla f i Fourierserie. (4p)

c) Beräkna mha b) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)^2}$ och $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)^4}$. (3p)

5. $\mathbb{F} = (y^2, z^2, x^2)$ är hastighetsvektorn i en gasströmning.

a) Bestäm den gasvolym som per tidsenhet strömmar upp genom

torusytan $Y: \begin{cases} x = (4+\cos\psi)\cos\varphi \\ y = (4+\cos\psi)\sin\varphi \\ z = \sin\psi \end{cases}, 0 \le \psi \le \pi, 0 \le \varphi \le 2\pi$. (6p)

b) Bestäm en vektorpotential till $\mathbb{F}$ (dvs. bestäm $\mathbf{A}$ så att $rot\mathbf{A} = \mathbb{F}$). (3p)

<u>95-05-20</u>

1. Beräkna massan av kroppen $K = \left\{(x,y,z) : \sqrt{x^2+y^2} \le z \le \sqrt{8-x^2-y^2}\right\}$,
då dess densitet är $\rho(x,y,z) = |xyz|$. (6p)

3. Betrakta $\boldsymbol{F} = (yz\sin(xyz)+1, xz\sin(xyz)+y, xy\sin(xyz)+z^2)$.

a) Visa att $\boldsymbol{F}$ är ett gradientfält och bestäm en potential till $\boldsymbol{F}$. (6p)

b) Beräkna det arbete som $\boldsymbol{F}$ uträttar då en partikel förflyttas längs

kurvan $C: \begin{cases} x = te^t\cos t \\ y = te^{3t}\sin t, 0 \xrightarrow{t} \frac{\pi}{2} \\ z = te^{2t} \end{cases}$. (3p)

4. Betrakta $\boldsymbol{F} = (xy^2 - xz\cosh(xyz), yz\cosh(xyz) - 3z^2, y^2(3-z))$.

a) Visa att $\boldsymbol{F}$ är källfritt. (2p)

b) Beräkna flödet av $\boldsymbol{F}$ ut genom cylindern $x^2+y^2=4, 1 \le z \le 7$. (4p)

5. Funkionen f har perioden 1 och $f(t) = te^t, 0 < t < 1$.
Utveckla f i Fourierserie på komplex form och påamplitud-fasvinkelform. (7p)

<u>95-01-07</u>

3. Låt $\boldsymbol{F} = \left(2x\ln(x+y) + \frac{x^2}{x+y}, \frac{x^2}{x+y}, 2z\right)$.

a) Visa att $\boldsymbol{F}$ är ett gradientfält och bestäm en potential till $\boldsymbol{F}$. (4p)

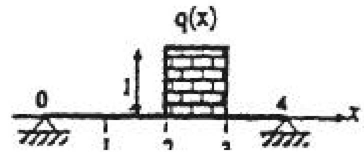
b) Beräkna $\int_C \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{r}$, där $C: \begin{cases} x = t + \cos(2\pi t) \\ y = t^2 + \sin(\pi t), 0 \xrightarrow{t} 1 \\ z = t^3 + \cos(\pi t) \end{cases}$. (2p)

c) Beräkna $\iint_Y \mathbb{F} \bullet dS$, där Y är randen till kroppen
$\{(x,y,z) : 0 \le z \le x+y, 1 \le x+y \le 3, x \ge 0, y \ge 0\}$ med utåtriktad normal $\boldsymbol{n}$. (6p)

4. Funktionen f har perioden 2 och $f(t)=e^{-t}\theta(1-t)$ för $0<t<2$.
Utveckla f i Fourierserie på komplex form och på amplitudfasvinkelform.
Beräkna med hjälp härav $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e-(-1)^k}{1+\pi^2k^2}$ och $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(e-(-1)^k)^2}{1+\pi^2k^2}$. (8p)

94-09-05

3. Belastningen $q(x)$ på en fritt upphängd balk anges genom figuren :



a) Beräkna böjmomentet, dvs. lös problemet
$M''(x)=-q(x), 0<x<4, M(0)=M(4)=0$.
I vilken punkt är böjmomentet maximalt ? (6p)

b) Funktionen $f(x)$ har perioden 4 och $f(x) = q(x)$ för $0<x<4$.
Utveckla f i Fourierserie. (6p)

4. Låt $\boldsymbol{F}(x,y,z)=(\cos x, xy\cos z+(y+z)\sin x, -x\sin z)$ vara hastighets-vektorn för en stationär strömning av en inkompressibel vätska.

a) Visa att $\boldsymbol{F}$ är källfritt och bestäm en vektorpotential för $\boldsymbol{F}$
(ledn.: ansätt $\boldsymbol{A}(x,y,z)=(p(x,y,z),0,q(x,y,z))$. (7p)

b) Bestäm volymen av den vätskemängd som per tidsenhet strömmar "nedåt" genom funktionsytan

$$Y : z=\left(\pi-\sqrt{x^2+y^2}\right)e^{-\frac{1}{4}\cos\sqrt{x^2+y^2}}, \sqrt{x^2+y^2}\le\tfrac{\pi}{2} .$$ (6p)

SVAR:

96-05-18: **2a)** $g'(t)=2\cosh(t-1)\theta(t-1)+e^{1-t}$,
$g''(t)=-2\sinh(t-1)\theta(t-1)-2\delta(t-1)-e^{1-t}$ **b)** $1+2\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e-(-1)^k}{1+k^2\pi^2}\cos(k\pi t+\pi)$,
summan är ½ . **3b)** $\frac{1}{2}(x+y)^2+\frac{1}{2}(xz)^2+y+z$ **c)** $\pm(2,2,2)$

95-09-04: **3)** $\displaystyle\sum\frac{8(-1)^k}{(2k+1)^2\pi^2}\sin\tfrac{(2k+1)\pi}{2}t$, $\dfrac{\pi}{8}$, $\dfrac{\pi^4}{96}$ **5a)** 136π **b)** $\left(\frac{1}{3}z^3, -y^2z+\frac{1}{3}x^3, 0\right)$

95-05-20: **1)** 32/3 **3a)** $-\cos(xyz)+x+\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{3}z^3$ **b)** $\dfrac{\pi^2(3+\pi)e^{3\pi}}{24}$ **4)** 24π

5) $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_ne^{2n\pi jt}=1+\sum_{k=1}^{\infty}A_k\cos(2k\pi t+\alpha_k)$ där $c_n=\dfrac{1-2en\pi j}{(1-2n\pi j)^2}$, $A_0=1$, $A_k=\dfrac{2\sqrt{1+4e^2k^2\pi^2}}{1+4k^2\pi^2}$ och
$\alpha_k=2\arctan(2k\pi)-\arctan(2ek\pi)$ (k>0)

95-01-07: **3a)** $x^2\ln(x+y)+z^2$ **b)** $4\ln 3$-1 **c)** $18\ln 3+\dfrac{208}{9}$

4) $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{e-(-1)^n}{2e(1+n\pi j)}e^{n\pi tj}=\frac{e-1}{2e}+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e-(-1)^k}{e\sqrt{1+k^2\pi^2}}\cos(k\pi t-\arctan k\pi)$, summorna är ½ resp e-1.

94-09-05: **3a)** $M(x)=\frac{1}{2}(x-3)^2\theta(x-3)-\frac{1}{2}(x-2)^2\theta(x-2)+\frac{3}{8}x$, maximalt i $\frac{19}{8}$

b) $\frac{1}{4}+\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\tfrac{1}{n\pi}\left(\sin\tfrac{3n\pi}{2}\cos\tfrac{n\pi}{2}x+\left((-1)^n-\cos\tfrac{3n\pi}{2}\right)\sin\tfrac{n\pi}{2}x\right)$ **4a)** $(xy\sin z, 0, (y+z)\cos x)$ **b)** 0

Matematik, CTH&GU

Tentamen i matematiska metoder E1 (TMA042), del D, 2000-01-13, kl 14.15-18.15
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa
Telefon:
OBS: Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget. Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

---

1. Beräkna arean av ytan $Y\colon\ z = \frac{2}{3}\left(x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}}\right),\ 0 \le x \le 1, 0 \le y \le x$. (4p)

2. Låt $\mathbb{F}(x,y,z) = grad\left(\frac{x^2+y^2+z^2}{x^2+y^2}\right)$, $C_1 : \begin{cases} x = cos\, t \\ y = sin\, t, 0 \xrightarrow{t} 2\pi \\ z = sin\, t \end{cases}$, $C_2 : \begin{cases} x = cos\, t \\ y = sin\, t \quad , 0 \xrightarrow{t} 2\pi \\ z = sinh\sqrt{t} \end{cases}$.

a) Beräkna $\int_{C_1} \mathbb{F} \bullet d\mathbf{r}$ (5p) och $\int_{C_2} \mathbb{F} \bullet d\mathbf{r}$ (2p). (7p)

b) Beräkna krökningsradien av kurvan C_1. (4p)

3. Beräkna flödet av fältet $\mathbb{F} = \left(\frac{2}{3}x^3 + yz\,,\ y^3 + xz\,,\ 2z^3 + sinh\left(x^2y^2\right)\right)$ ut genom ytan $Y\colon\ 2x^2 + 3y^2 + 6z^2 = 4$. (6p)

4. Funktionen f har period 2 och $f(t) = e^{-|t|}$ för $|t| < 1$.

a) Skriv f med hjälp av stegfunktioner för $-1 < t < 3$. (2p)

b) Visa att $f(t) = 1 - e^{-1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\left(e-(-1)^n\right)}{e\left(1+n^2\pi^2\right)} cos\,(n\pi t)$ för alla $t \in \mathbb{R}$. (6p)

c) Är $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e-(-1)^n}{1+n^2\pi^2} cos\,(n\pi t)$ likformigt konvergent på $\mathbb{R}$? (2p)

d) Beräkna $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e-(-1)^n}{1+n^2\pi^2}$ och $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e-(-1)^n}{1+n^2\pi^2}\right)^2$. (4p)

5. Vissa att $\sum_{k=1}^{\infty} \left(k - k^2\, sin\,\frac{1}{k}\right) cos\, k\pi$ är betingat konvergent. (6p)

6. **a)** Visa att ett konservativt C^1-fält är virvelfritt. (2p)

b) Visa att om $\sum_{k=0}^{\infty} c_k a^k$ ($a \in \mathbb{C}$) är konvergent så är $\sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$ absolut konvergent för alla $z \in \mathbb{C}$ så dana att $|z| < |a|$. (5p)

c) Formulera Stokes' sats. (2p)

BB

Matematik, CTH&GU

Tentamen i matematiska metoder E1 (TMA042), del D, 1999-08-23, kl 8.45-12.45
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa
Telefon:
OBS: Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.
Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

---

1. Beräkna arean av ytan $Y: \begin{cases} x = sin(u+v) + cos(u+v) \\ y = sin(u+v) - cos(u+v), \quad 0 \le v \le u \le \pi \\ z = u - v \end{cases}$. (5p)

2. Beräkna volymen av den kropp som i rymdpolära koordinater ges av $0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le 2\pi, 0 \le r^3 \le \theta + e^{cos\,\theta}$. (5p)

3. Beräkna flödet av $\mathbb{F} = \left(cosh(x+y+z) - 1,\, x^2y - cosh(x+y+z),\, 1 - x^2z\right)$ bort från origo genom cylindermantelytan Y: $x^2 + y^2 = 1, 0 \le z \le 1$. (6p)

4. Låt $\mathbb{F} = \left(\frac{1}{x} + \frac{yz^2}{2\sqrt{xz}}, \frac{1}{y} + \frac{xz^2}{\sqrt{xz}}, \frac{1}{z} + \frac{3xyz}{2\sqrt{xz}}\right)$.

a) Visa att $\mathbb{F}$ är konservativt i $\Omega: x > 0, y > 0, z > 0$. (2p)

b) Beräkna det arbete som $\mathbb{F}$ uträttar då en partikel förflyttas från $(1, 2, \pi)$ till $(3, 2, 2\pi)$ längs skruvlinjen $(2 + cos\,t, 2 + sin\,t, 2\pi - t)$. (4p)

5. Beräkna för $0 < p < 1$

$$\sum_{k=0}^{\infty} p^k\, cos\,kt\,,\ \sum_{k=1}^{\infty} p^k\, sin\,kt\,,\ \int_0^{\pi} \frac{\sin^2 t}{1 + p^2 - 2p\,cos\,t}\,dt \text{ och } \int_0^{\pi} \frac{sin^2 t}{\left(1 + p^2 - 2p\,cos\,t\right)^2}\,dt$$

[ledning: Fourierutveckla $\frac{1}{1 - pe^{jt}}$ …]. (8p)

6. Visa att $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n^2 + \sqrt{n}}}{n} - 1\right) \frac{x^{2n}}{1 + x^{2n}}$ är likformigt konvergent på $\mathbb{R}$. (6p)

7. **d)** Visa att kurvintegralen $\int_\gamma \mathbb{F} \bullet d\mathbf{r}$ är oberoende av vägen om fältet $\mathbb{F}$ är virvelfritt och C^1 i $\mathbb{R}^3$. (4p)

e) Skriv upp formlerna för krökning och för torsion av en C^3-kurva i $\mathbb{R}^3$. (4p)

f) Formulera och bevisa rotkriteriet för serier. (6p)

BB

Matematik, CTH&GU

Tentamen i matematiska metoder E1 (TMA042), del D, 1999-06-01, kl 14.15-18.15

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa

Telefon:

OBS: Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.
Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

---

1. Ange en ekvation för tangentplanet till ytan

$$Y: \begin{cases} x = 6\,ln\left(1+u^2+v^2\right)+sin(2u+v) \\ y = sinh(u+v)+cos(u-v) \\ z = cosh(u+v)+2u \end{cases}$$ i punkten $\left(x(0,0),y(0,0),z(0,0)\right)$. (3p)

2. Låt $I\!F = \left(cosh(x+y),\,cosh(x+y)+2yz^3\,,\,3y^2z^2-1\right)$

och $$C: \begin{cases} x = cos\,4t+cos\,2t-4\,cos\,t+2 \\ y = sin\,4t-sin\,2t-4\,sin\,t \\ z = t\,cos\,t \end{cases}.$$

c) Visa att $I\!F$ är konservativt och beräkna det arbete som $I\!F$ uträttar då en partikel förflyttas längs kurvan C från $(0,0,0)$ till $(8,0,-\pi)$. (5p)

d) Beräkna krökningen av kurvan C i punkten $(0,0,0)$. (4p)

3. Beräkna flödet av fältet $I\!F = \left(x^2+yz\,,\,y^2+xz\,,\,z+cosh\left(x^2+y^2\right)\right)$ uppåt genom ytan Y: $z = 1+\left(x^2+y^2-1\right)^3,\ 0 \le x^2+y^2 \le 2$. (6p)

4. För vilka p har klotet K: $x^2+y^2+z^2 \le 1$ ändlig massa då dess densitet är $\rho(x,y,z) = \left(x^2+y^2+z^2\right)^p$? Beräkna K:s totala massa för dessa p. (4p)

5. Funktionen f har period 2 och $f(t) = sinh(t)$ för $|t| < 1$.

a) Skriv f med hjälp av stegfunktioner för $0 < t < 4$. (2p)

b) Är Fourierserien till f likformigt konvergent på $[0,4]$? (2p)

c) Utveckla f i Fourierserie på amplitudfasvinkelform. (6p)

d) Vad ger Parsevals formel? (2p)

6. För vilka komplexa z konvergerar potensserien $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\sqrt{n^2+1}}{n}-1\right)z^n$? (6p)

7. **g)** Är ett virvelfritt C^1-fält källfritt? (3p)

h) Formulera och bevisa integralkriteriet för serier. (5p)

i) Visa att $f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$ för C^1-funktioner f. (2p)

BB

CTH&GU, matematik

Tentamen i matematiska metoder E1, TMA042, del D, 1999-01-14, kl 14.15-18.15
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon:
OBS: Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget. Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat !

===

1. Rita funktionskurvan $y = 2(x+1)\theta(x+1) + 2x(x-3)\theta(x) - 2(1-x)^2\theta(x-1)$ för $-2 \le x \le 2$. (2p)

2. Betrakta kraftfältet $\mathbb{F}(x,y,z) = r^3(x,y,z)$ där $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ och kurvan $C : \mathbf{r}(t) = (t\cos t, t\sin t, 2t),\ 0 \xrightarrow{t} \pi$.

a) Är $\mathbb{F}$ konservativt? Om ja, bestäm en potential till $\mathbb{F}$. (3p)
b) Beräkna det arbete som $\mathbb{F}$ uträttar då en partikel förflyttas längs kurvan C. (3p)
c) Beräkna flödet av $\mathbb{F}$ upp genom ytan $x^2+y^2+z^2 = 3,\ z \ge 0$. (6p)
d) Beräkna krökningen av kurvan C i punkten $(-\pi, 0, 2\pi)$. (4p)

3. Beräkna arean av ytan $Y : (u,v) \mapsto (2u+v,\ 2u-v,\ uv+2),\ 4u^2+v^2 \le 8,\ v \ge 0$. (5p)

4. Betrakta funktionen $f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6\cos\left((3n+2)\frac{\pi}{3}\right)}{\sqrt{n^5+n}} \cos\left(nt + \arctan\left(\frac{60\pi}{\sqrt{n^4+1}}\right)\right)$.

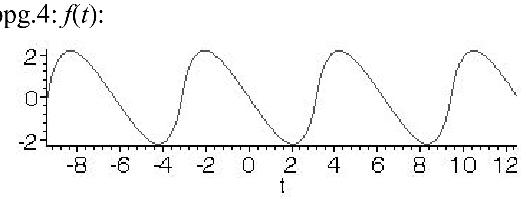
a) Visa att f är en periodisk C^1-funktion och utveckla f i Fourierserie på amplitudfasvinkelform. Motivera väl! (7p)
b) Visa att $\int_0^{2\pi} f^2(t)\,dt < \frac{2\pi^5}{5}$ [du får utnyttja att $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = \frac{\pi^4}{90}$]. (3p)

5. För vilka reella x konvergerar potensserien $\sum_{n=1}^{\infty} \sinh\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) x^n$? (6p)

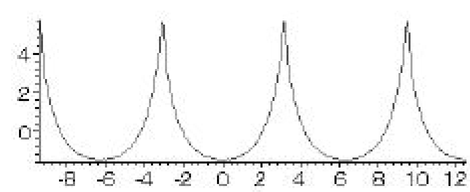
6. **a)** Formulera Stoke's sats. (3p)
b) För vilka $\Phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gäller $\nabla \times (\nabla\Phi) = \vec{0}$? Visa formeln för dessa Φ. (3p)

7. Formulera och bevisa integralkriteriet för serier. (5p)

Uppg.4: $f(t)$:



$f'(t)$:



BB

svar till gamla tentor matem. metoder för E, del D (2000)

00-01-13:

1. $\frac{2}{15}\left(9\sqrt{3}-8\sqrt{2}+1\right)$ **2a.** 0 resp. $sinh^2\sqrt{2\pi}$ **b.** $\sqrt{\frac{1}{2}\left(1+cos^2 t\right)^3}$

3. $\frac{64\pi}{15}$ **4a.** $e^{-|t|}\theta(t+1)+\left(e^{-|t-2|}-e^{-|t|}\right)\theta(t-1)$ **c.** ja **d.** $\frac{1}{2}$ resp. $\frac{4e-e^2-3}{4}$

99-08-23:

1. $\sqrt{2}\,\pi^2$ **2.** $\frac{2\pi}{3}(\pi+2\,sinh 1)$ **3.** $\frac{\pi}{4}$ **4b.** $2\pi\sqrt{\pi}\left(2\sqrt{6}-1\right)+ln 6$

5. $\frac{1-p\,cos\,t}{1+p^2-2p\,cos\,t}$ resp. $\frac{p\,sin\,t}{1+p^2-2p\,cos\,t}$ resp. $\frac{\pi}{2}$ resp. $\frac{\pi}{2\left(1-p^2\right)}$

99-06-01:

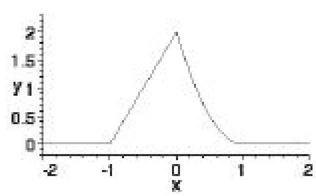
1. $2x-2y-z+3=0$ **2a.** $\pi+sinh 8$ **b.** $\frac{16}{5}$ **3.** $\pi(2+sinh 2)$

4. massan ändlig $\Leftrightarrow p>-\frac{3}{2}$, massan $=\frac{4\pi}{2p+3}$ då

5a. $sinh(t)(\theta(t)-\theta(t-1))+sinh(t-2)(\theta(t-1)-\theta(t-3))$ **b.** nej

c. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n\pi\,sinh(1)}{1+(n\pi)^2}cos\left(n\pi t+\frac{\pi}{2}(-1)^n\right)$ **d.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{\left(1+(n\pi)^2\right)^2}=\frac{sinh\,2-2}{8\pi^2\,sinh^2(1)}$ **6.** $|z|\le 1$

99-01-14:

1. 

2a. ja, $\frac{1}{5}r^5$ **b.** $5\sqrt{5}\,\pi^5$ **c.** 54π

d. $\sqrt{\frac{20+8\pi^2+\pi^4}{(5+\pi)^3}}$ **3.** $\frac{32\pi\left(2\sqrt{2}-1\right)}{3}$

5. $[-1,1)$ **4.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6\sqrt{n}\,cos\left(n+\frac{2}{3}\right)\pi}{\sqrt{n^4+1}}cos\left(nt+\frac{\pi}{2}+arctan\frac{60\pi}{\sqrt{n^4+1}}\right)$

99-08-23: ytorna i uppg.1 och i uppg. 2