TMA 042
Matematik CTH
Tentamensskrivning i Matematiska metoder E1, del D
Datum: 2002-08-26, kl. 8.45 - 12.45.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Tobias Gebäck, tel. 0740-459022.
OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

==

1. Sök totala flödet av fältet (x, y, z) ner genom den del av ytan $z = x^2 + y^2 - 1$ som ligger nedanför xy-planet

(a) direkt (genom att beräkna en ytintegral); (4p)

(b) med hjälp av Gauss' divergenssats. (4p)

2. Den homogena ytan S ges av $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 \leq 2x$. Finn ytans tyngdpunkt. (6p)

3. Bestäm konvergensradien till potensserien

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n. \qquad (4p)$$

4.(a) Givet är funktionen $f(x)$, där $f(x) = \pi - x$ för $x \in [0, \pi]$ och $f(x) = 0$ för $-\pi < x < 0$. Ge en formel för $f(x)$ på hela intervallet $(-\pi, \pi]$ i termer av Heavisides funktion $\theta(x)$. (1p)

(b) Låt F vara den 2π-periodiska fortsättningen av f, d.v.s. F är 2π-periodisk och $F(x) = f(x)$ på intervallet $(-\pi, \pi]$. Utveckla F i reell Fourierserie. (4p)

(c) I vilka punkter kommer Fourierseriens summa att sammanfalla med F och varför? (1p)

(d) Är Fourierserien likformigt konvergent? Motivera! (2p)

(e) Vad ger Parsevals formel? (2p)

5. Givet är serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x^n}{n} - \frac{x^{n+1}}{n+1} \right), \qquad x \in [-1, 1].$$

Avgör om serien är **(a)** konvergent; **(b)** likformigt konvergent på det intervallet. (6p)

V. G. VÄND!

6. Formulera Stokes' sats. Definiera de begrepp som förekommer i formuleringen som du tycker man bör ha med vid en presentation av satsen. Ge exempel på hur man kan använda satsen, utan att beräkna de integraler som förekommer. (8p)

7. Formulera och bevisa integralkriteriet för serier. (6p) Använd det för att undersöka om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$ konvergerar. (2p)

/JM